

Relativ Fasepositionering



- Med billige håndholdte GPS-modtagere

10. Semester
Afgangsprojekt
Landinspektørstudiet
Aalborg Universitet 2006
Carsten Flyger Jørgensen & Christian Mosbæk Jensen

Titel: ”Relativ Fasepositionering – Med billige håndholdte GPS-modtagere”

Projektperiode: Februar 2006 – Juli 2006

Semester: 10.

Projektgruppe: MS 10.03

Gruppemedlemmer:

Carsten Flyger Jørgensen
Christian Mosbæk Jensen

Hovedvejleder: Peter Cederholm

Bivejleder: Karsten Jensen

Oplagstal: 5

Afleveringsdato: 27. juni 2006

Sideantal: 103

Bilag antal: 10

Synopsis

Denne projektrapport omhandler relativ fasepositionering med anvendelse af billige, håndholdte GPS-modtagere af mærket Garmin 12XL. Det undersøges hvilken præcision, der kan opnås - herunder sammenhængen mellem observationstid og præcision samt sammenhængen mellem basislængden og præcisionen.

For at udnytte garminmodtagerens potentiale er der ved udarbejdelsen af beregningsrutiner blevet taget højde for, at garminmodtageren arbejder med halve bølgelængder. Der er ligeledes igennem projektet udarbejdet metoder til korrektion af cycleslips.

Igennem projektgruppens test viser det sig, at det er muligt at opnå afvigelser mellem et målt punkt og et referencepunkt ned til 2 cm i både planet og højden ved basislængder op til 6 km. Ved basislængder på 15 km. når afvigelsen ned til mindre end 10 cm. Disse resultater opnås ved en observationstid på op til 88 minutter.

Abstract

This master thesis investigates the possibilities of using low cost GPS receivers for static relative positioning. The aim of the project is to determine the achievable level of precision, and furthermore to determine the relationship between both precision and baseline length as well as precision and session length.

Calculations are performed in consideration of the fact that the Garmin 12XL receiver suffers from half cycleslips. Furthermore, the ambiguities are calculated as half cycle values. During the project methods for cycleslip correction have been developed and implemented in the calculation procedures.

The test shows that it is possible to achieve deviations smaller than 2 cm, when the baseline is shorter than 6 km. With a 15 kilometre baseline, a deviation of 10 centimetres can be achieved. These results are achieved with a session length of up to 88 minutes.

Forord

Denne rapport er udarbejdet på landinspektøruddannelsens 10 semester af gruppe 3 på specialretningen Measurement Science. Projektforløbet er forløbet fra 1. februar 2006 til 17. juni 2006. Hovedvejleder er lektor Peter Cederholm og bivejleder er lektor Karsten Jensen begge fra Aalborg Universitet.

Projektet henvender sig til projektgruppens vejledere og censor, samt til andre med interesse i hvordan præcisionen af billige, håndholdte GPS-modtagere kan forbedres. Det forudsættes dog, at læseren har en grundlæggende viden indenfor GPS-måling, udjævning.

Igennem projekt henvises der til forskellige artikler, disse er så vidt muligt forsøgt vedlagt på CD-ROM, der er at finde bagerst i rapporten som bilag J. CD-ROM'en vil desuden indeholde programmet Async, alle indsamlede data og de benyttede MatLab-scripts.

I projektet benyttes to testdatasæt. Det ene datasæt er tidligere indsamlet af lektor Peter Cederholm, og bliver i rapporten omtalt som *arbejdsdata*. Det andet testdatasæt er indsamlet af projektgruppen og omtales blot som *testdata*. For begge datasæt er de beregnede koordinater blevet bestemt i kartesiske WGS84 koordinater. Koordinaterne er blevet transformeret til et lokalt topocentrisk koordinatsystem i de tilfælde, hvor projektgruppen ønskede at angive en plan- og højdeafvigelse.

I rapporten angives kildehenvisninger i kantede parenteser med forfatterens efternavn, udgivesår samt evt. sidetal og henviser til litteraturlisten sidst i rapporten. Kildehenvisninger, der står i slutningen af et afsnit, henviser til det pågældende afsnit. Hvis kildehenvisningen derimod står neden for afsnittet, henviser kilden til flere foregående afsnit. Fodnoter benyttes i rapporten til uddybende forklaringer og er angivet med fortløbende nummerering. Desuden er alle figurer nummereret fortløbende og følger kapitelangivelse. Figur 3.2 er således den anden figur i kapitel 3.

Topografiske kort er gengivet i overensstemmelse med Aalborg Universitets aftale copyright på topografiske kort: G24-98. Der er ikke påsat kilde på de enkelte kort.

I projektet anvendes et MatLab-script, hvor LAMBDA-metoden er implementeret. Dette MatLab-script er stillet til rådighed af P. Joosten fra Delft Universitet.

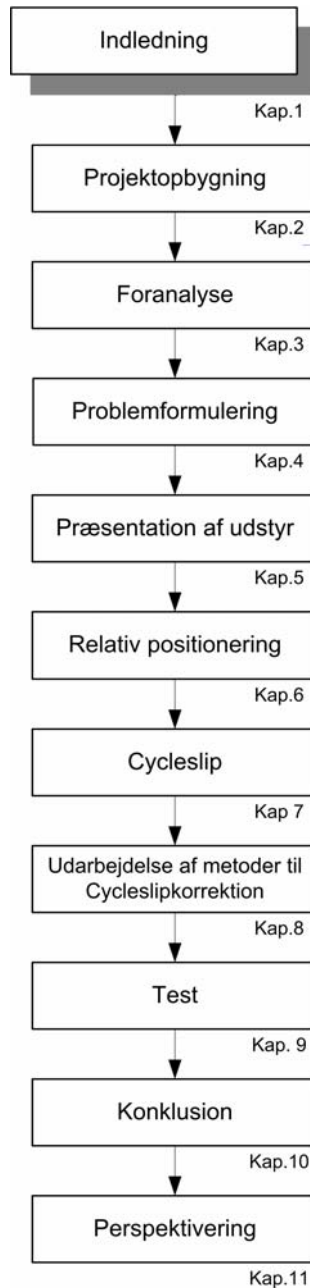
Aalborg, juni 2006

Indholdsfortegnelse

1	Indledning.....	5
2	Projektbygning	9
2.1	Det problemorienterede projektarbejde	9
2.2	Projektstruktur	10
3	Foranalyse.....	17
3.1	Artikler	17
3.2	Enkeltfrekvente Systemer.....	21
3.3	Anvendelser	23
3.4	Opsamling.....	24
4	Problemformulering	27
5	Præsentation af udstyr	31
5.1	Garmin XL12.....	31
5.2	Gringo og Async.....	32
6	Relativ positionering	35
6.1	Differenser	35
6.2	Float- og fixed-løsning	37
6.3	Resultater	42
7	Cycleslip	47
7.1	Hvad er et cycleslip?	47
7.2	Metoder til reparation af cycleslip.....	49
8	Udvikling af metoder til cycleslipkorrektion.....	53
8.1	Differensmetoden	54
8.2	Cycleslipreparation vha. polynomier.....	62
8.3	Cossermetoden	70
8.4	Opsamling.....	77
9	Test.....	81
9.1	Indsamling af data	81
9.2	Databehandling.....	85
9.3	Indledende beregninger	88
9.4	Tilpasning af cycleslipmetoder.....	90
9.5	Testresultater	92
9.6	Opsummering	98
10	Konklusion	101
11	Perspektivering	105

Kapitel 1

Indledning



1 Indledning

Dette projekt udspringer af projektgruppens interesse for at undersøge de muligheder, der er for at forbedre nøjagtigheden ved positionering foretaget med billige håndholdte GPS-modtagere. I øjeblikket er den primære målgruppe for denne type modtager friluftsfolk, lystfiskere o.lign, som anvender dem til navigation. Hvis nøjagtigheden af positioneringen kunne forbedres fra de nuværende 5-10 meter ned til et niveau på få centimeter, kunne modtageren få nye anvendelsesområder.

Det vil dog næppe være landinspektører, der vil benytte sig af billige, håndholdte GPS-modtagere, da en forbedring af nøjagtigheden til centimeterniveau vil kræve, at målemetoden ændres fra kodemåling til fasemåling. Enkeltfrekvente modtagere som bl.a. billige, håndholdte GPS-modtagere kræver traditionelt længere observationstid end de dyre dobbeltfrekvente modtagere med bedre hardware, som landinspektøren benytter. Besparselsen på anskaffelsen af de billige modtagere vil derfor forsvinde for landinspektøren med de øgede udgifter til arbejds løn. Derimod kunne der være et muligt anvendelsesområde hos private brugere, hvor det ikke betyder noget, at en nøjagtig position tager lang tid at bestemme. Derudover vil der være et muligt anvendelsesområde i U-lande, hvor arbejds lønnen ikke har så stor indflydelse, samtidigt med at den lavere anskaffelsespris på modtageren ligeledes kunne være en vigtig faktor.

Projektgruppen har igennem et tidligere projekt arbejdet med billige GPS-modtagere, hvor det blev undersøgt, om nøjagtigheden ved absolut positionering kunne forbedres ved at benytte forskellige målerutiner. Ved det pågældende projekt blev de beregnede positioner fra modtageren anvendt. Projektgruppen har et ønske om at gå mere i dybden med beregninger bag positionsbestemmelser og ikke blot arbejde med de beregnede positioner fra modtageren. Det vil sige, at motivationen bag dette projekt er at omdanne modtagerens rå observationer til en position uden brug af den software, som findes i modtageren. [Bjerre et al., 2005]

Et tidligere afgangprojekt fra landinspektørstudiet, der blev udarbejdet i 2003, har forsøgt at forbedre nøjagtigheden af billige enkeltfrekvente GPS-modtagere ved at måle differentielt mellem to modtagere. Ved det pågældende projekt var vægten lagt på efterprocessering af kodeobservationer. Projektgruppen har haft en lignende indgangsvinkel til dette projekt, men ønsker at anvende faseobservationer i stedet for kodeobservationer, da det dermed er muligt at opnå bedre nøjagtigheder. Sammenhængen mellem målemetode og nøjagtigheder er vist i bilag A. Bilaget fungerer derudover som begrebsafklaring, da der inden for GPS-terminologien ikke altid er fuld enighed om betydningen af de forskellige begreber. [Pedersen et al., 2003]

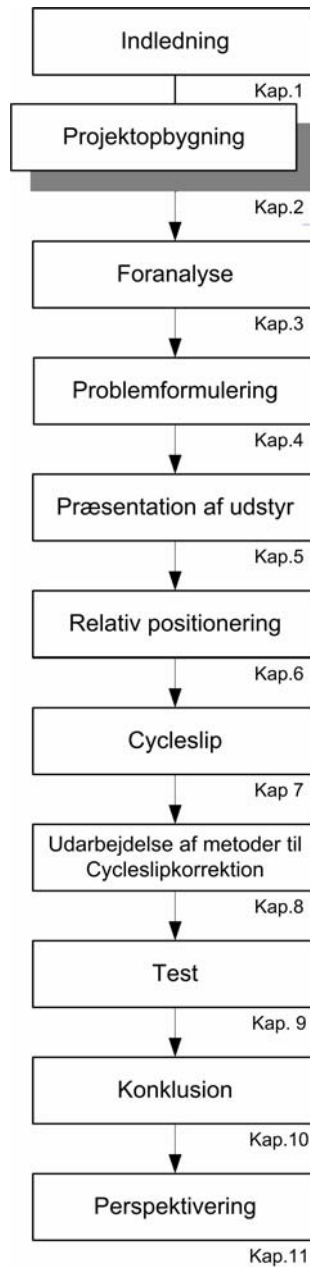
Som beskrevet tidligere er det projektgruppen interesse at undersøge mulighederne for at forbedre nøjagtigheden af billige, håndholdte GPS-modtagere. I den forbindelse er det fornuftigt at starte med at undersøge, hvilke resultater der allerede er opnået med denne type modtager. Dette leder frem til det initierende problem, der lyder således:

- **Hvilke positioneringsnøjagtigheder er hidtil opnået ved relativ fasemåling med billige håndholdte GPS-modtagere?**
- **Hvilke muligheder er der for at forbedre de resultater, som er opnået indtil nu?**

Inden det initierende problem vil blive besvaret, vil projekts opbygning blive præsenteret i næste afsnit.

Kapitel 2

Projektopbygning



2 Projektopbygning

Formålet med dette kapitel er at redegøre for, hvad det vil sige, at arbejde problemorienteret igennem et projekt. I kapitlets første del gennemgås det problemorienterede projektarbejde, mens den anden del omhandler strukturen for den resterende del af projektrapporten. Ved gennemgangen af projektets struktur vil det løbende blive illustreret, hvorledes det problemorienterede projektarbejdes hovedelementer inddrages i dette projekt.

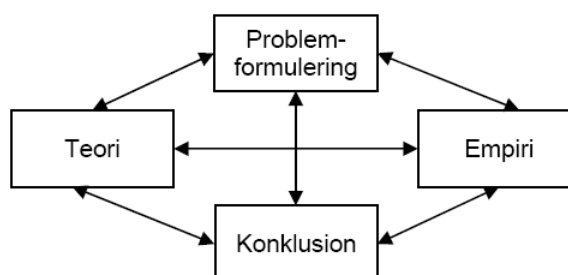
2.1 Det problemorienterede projektarbejde

At arbejde problemorienteret betyder, at der, inden projektets problem opstilles, ikke findes nogen færdig model for, hvordan problemet bør løses. Løsningen er derfor afhængig af det enkelte projekt og den indgangsvinkel og metode, der benyttes. Desuden er målet for projektarbejdet ikke blot projektrapporten i sig selv, men også den viden, der tilegnes. Det betyder endvidere, at der bl.a. også skal tages udgangspunkt i projektgruppens vidensniveau, så projektarbejdet ikke starter på hverken for højt eller for lavt niveau. Da der arbejdes med problemer, er det problemformuleringen, der er i fokus. Da ingen problemer løses på samme måde, er det problemet bag det enkelte projekt og dermed problemformuleringen, der er afgørende for, hvilke elementer der inddrages. [Aunsborg, 1997, s. 10]

Der er dog fire hovedelementer, som altid bør indgå i det problemorienterede projektarbejde, og det er jf. [Adolphsen, 1992]:

- Problemformulering
- Teori
- Empiri
- Konklusion

Sammenhængen mellem hovedelementerne er i figur 2.1 illustreret vha. pile. Der er, som det ses, ikke noget fast mønster imellem hovedelementerne, da projektarbejdet netop skal være fleksibelt og modtageligt for nye inputs. Ny viden undervejs i projektarbejdet kan medføre inddragelse af ny teori og empiri, og projektarbejdet er således en iterativ proces.



Figur 2.1 - Det problemorienterede projektarbejdes hovedelementer

Nedenstående forklarer kort indholdet af de fire hovedelementer.

Problemformuleringen er meget central, idet det er her projektets problemstilling indkredses, beskrives, afgrænses og præciseres. Dvs. det er igennem problemformuleringen, at det problem, der ønskes løst, præsenteres.

Teori rummer en forståelse af virkeligheden. Teori bruges til at løse problemet, og dette kan bl.a. gøres ved at tilegne sig ny viden gennem relevant litteratur om emnet for derved at øge vidensniveauet.

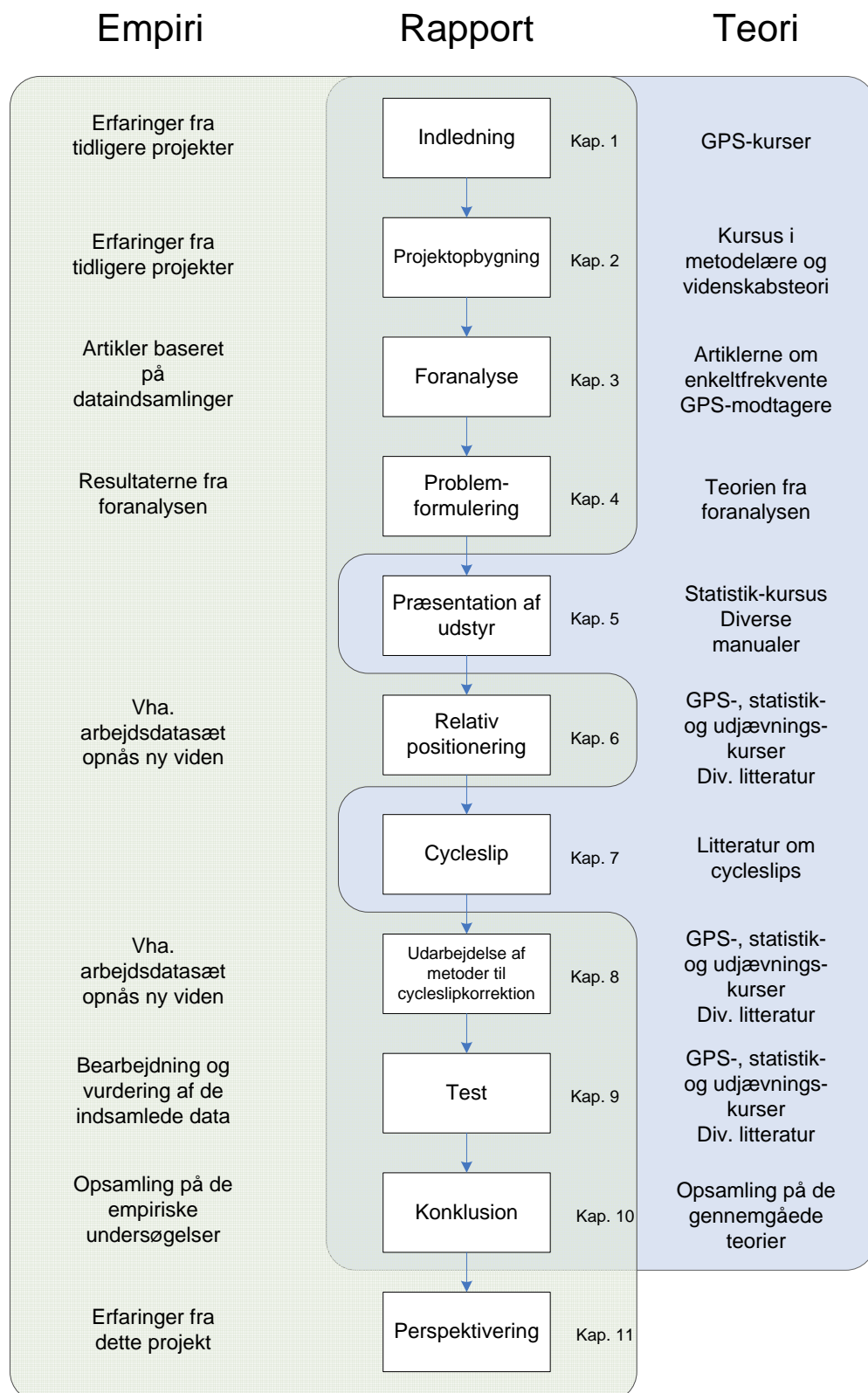
Empiri er ikke så håndgribelig en størrelse som de øvrige hovedelementer, men et udtryk for at inddrage virkeligheden i projektet ved f.eks. dataindsamling og databearbejdning med henblik på at opnå et større kendskab til en del af virkeligheden. Ligesom teoridelen skal empirien i samspil med teorien søge at løse problemformuleringen.

Konklusionen er svaret på problemformuleringen. Det er her der samles op på projektet og svares på de stillede spørgsmål. Desuden skal konklusionen også afspejle en erkendelse af den viden der er tilegnet igennem projektarbejdet

[Adolphsen, 1992], [Aunsborg, 1997, s. 11-16]

2.2 Projektstruktur

Projektstrukturen vil blive beskrevet ud fra figur 2.2, der udover at vise de enkelte kapitler fra rapporten, også illustrer, hvordan det problemorienterede projektarbejde er blevet foretaget i dette projekt. Således ses det af figuren, hvilken teori og empiri, der er lagt til grund for de enkelte kapitler.



Figur 2.2 – Projektets struktur og hvordan teori og empiri benyttes i projektet

Kapitel 1 – Indledning

I første kapitel er de indledende tanker omkring projektet og dets baggrund blevet beskrevet. Kapitlet afsluttes med projektets initierende problem, der vil blive besvaret gennem foranalysen.

Kapitel 2 – Projektbygning

Inden foranalysen foretages, beskriver kapitel 2 projektets opbygning og hvilken teori og empiri, der er blevet benyttet i projektet.

Kapitel 3 – Foranalyse

Foranalysen baseres på artikler fra universiteterne i Nottingham og Stuttgart. Her er der blevet undersøgt, hvor god nøjagtighed to billige, enkeltfrekvente GPS-modtagere kan opnå ved relativ fasemåling. Derudover indeholder kapitlet en beskrivelse af kommercielle, enkeltfrekvente systemer samt enkeltfrekvente systemers anvendelsesmuligheder. Analysen af artiklerne udmønter sig i svaret på det initierende problem.

Kapitel 4 – Problemformulering

Svaret på det initierende problem, gør, at problemformuleringen i kapitel 4 kan stilles. Kapitlet indeholder ligeledes en afgræsning af problemet.

Kapitel 5 – Præsentation af udstyr

En præsentation af Garmin 12XL samt programmerne GRINGO og Async, der kan anvendes for at gøre faseobservationerne fra denne modtager tilgængelige.

Kapitel 6 – Relativ positionering

I kapitlet vil der blive redegjort for den metode, der i projektet er benyttet til at foretage den relative positionering. Projektgruppen har i forbindelse med den relative positionering udarbejdet beregningsrutiner i MatLab

Kapitel 7 – Cycleslip

Kapitlet beskriver, hvad cycleslips er, og på et overordnet plan bliver der beskrevet, hvilke metoder der kan anvendes ved korrektionen af cycleslips

Kapitel 8 – Udarbejdelse af metoder til cycleslipkorrektion

Projektgruppen vælger tre metoder til cycleslipkorrektion, og i kapitel 8 bliver teorien af disse metoder beskrevet. Men eftersom teorien ikke er særlig detaljeret beskrevet for cycleslipkorrektion, har projektgruppen gjort sig sine egne erfaringer vha. et arbejdsdatasæt. Projektgruppens erfaringer med udarbejdelsen af de enkelte cycleslipmetoder bliver ligeledes beskrevet i kapitlet.

Kapitel 9 – Test

I dette kapitel beskrives forberedelserne til dataindsamlingen samt beregningerne udført med de indsamlede data. Dataindsamlingen har dels til formål at undersøge de tre metoder til cycleslipkorrektion og dels at skabe et datagrundlag for besvarelsen af problemformuleringen

Kapitel 10 – Konklusion

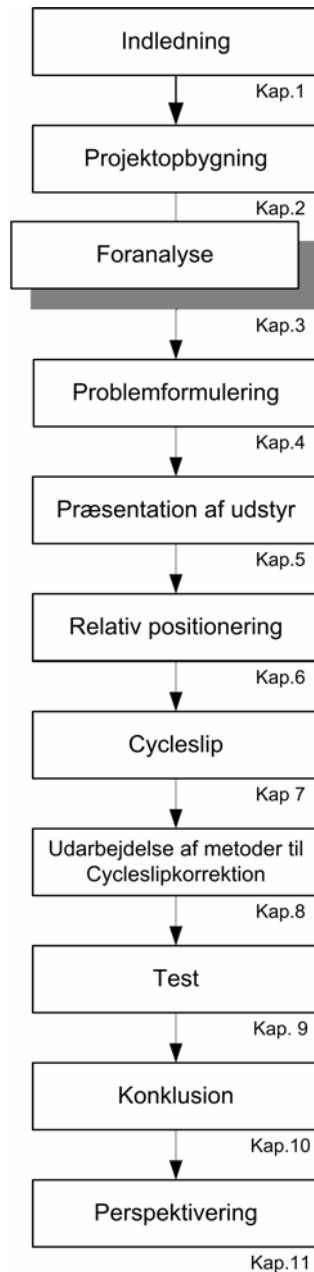
Baggrunden for konklusionen er primært resultaterne fra kapitel 9. Sekundært er det projektgruppens erfaringer i forbindelse med udarbejdelse af de tre metoder til korrektion af cycleslips.

Kapitel 11 – Perspektivering

Kapitlet beskriver de forslag og overvejelser, projektgruppen har gjort sig mht. at kunne forbedre de udarbejdede metoder.

Kapitel 3

Foranalyse



3 Foranalyse

I dette kapitel vil der blive set nærmere på de resultater, der tidligere er opnået ved processe- ring af observationer fra billige GPS-modtagere. Afsnittet består først af en præsentation af resultaterne beskrevet i tre artikler. Efterfølgende vil to kommercielle enkeltfrekvente syste- mer blive præsenteret, for at give en indsigt i mulighederne ved disse systemer. Til sidst vil der blive fokuseret på de anvendelsesområder, der er for et enkeltfrekvent GPS-system.

3.1 Artikler

De forsøg, som beskrives i artiklerne, er udført ved Universiteterne i Nottingham og Stuttgart inden for de seneste fem år. Der fokuseres på de resultater, som vedrører statisk opmåling, og derfor bliver der ikke set nærmere på de resultater, der omhandler test af modtagere i bevæ- gelse.

3.1.1 C.J.Hill - Nottingham Universitet 2001

I artiklen “*Carrier Phase Surveying With Garmin Handheld Receivers*” fra 2001 præsenteres resultaterne af en række forsøg, som er blevet udført ved Nottingham Universitet og udgivet i 2001. Forsøgene havde til formål at undersøge, hvilke nøjagtigheder, der kan opnås, når der foretages positionering ud fra faseobservationer foretaget med en billig GPS-modtager. Ved et af forsøgene blev to Garmin 12XL placeret i to kendte punkter, hvorved den ene kunne funge- re som reference. Testen havde desuden som formål at undersøge, hvor længe der skulle ind- samles data for at give en nøjagtighed på centimeterniveau. Det nævnes i artiklen, at det har vist sig, at der kan ske cycleslips på halve bølgelængder, og at periodekonstanten ligeledes kan antage halve bølgelængder¹. Dette har betydning for resultaterne, hvis den software, der benyttes til beregningerne, kun kan beregne periodekonstanter og cycleslips på hele bølge- længder. Det nævnes ikke i artiklen, hvilken software, der benyttes ved behandlingen af de indsamlede data.

I artiklen er positionerne først blevet beregnet, hvor periodekonstanter og cycleslips blev be- stemt som reelle tal dvs. som floatløsninger. Forfatterne har åbenbart ikke haft mulighed for at bestemme cycleslips og periodekonstanter til halve bølgel. I figur 3.1 ses afvigelse mellem de beregnede roverkoordinater og det kendte punkts koordinater. [Hill et al., 2001, s. 140]

Observationstid	Afvigelse i planet (m)	Afvigelse i højden (m)
10 min	< 0.50	< 0.50
15 min	< 0.20	< 0.20
30 min	< 0.05	< 0.05

Figur 3.1 – afvigelser ved floatløsninger. Basislængden er 3 km

¹ Dette skyldes sandsynligvis den metode, som modtageren benytter ved målinger på bærebølgen. [Hill et al., 2001, s. 138]

Testen viser, at nøjagtigheden afhænger af observationstiden. Ved en observationsperiode på 10 min er afvigelsen i planet og højden bedre end 0.50 meter. Hvis observationstiden øges til 15 min beregnes afvigelsen mellem roveren og det kendte punkt til mindre end 0.20 m. Den mindste afvigelse i forsøget opnås ved dataindsamling i 30 minutter, hvor afvigelsen viser sig at være mindre end 0.05 m. Disse resultater blev opnået med en basislængde på 3 km. [Hill et al., 2001, s. 139]

	Afvigelse i planet (m)	Afvigelse i højden (m)
1. måling	0.007	0.007
2. måling	0.006	0.002
3. måling	0.009	0.016
4. måling	0.011	0.001
5. måling	0.010	0.003
6. måling	0.008	0.014

Figur 3.2 – Afvigelser ved fixed-løsninger (30 min dataindsamling)

Efterfølgende udarbejdede forfatterne et program, så periodekonstanterne og cycleslips kunne bestemmes som halve bølgelængder. Det viste sig, at programmet, som artiklens forfattere udarbejdede, kun kunne håndtere de datasæt, som bestod af observationer indsamlet over den længste observationsperiode på 30 min. Det påpeges, at det sandsynligvis skyldes, at metoden er simpel, og at en mere avanceret metode måske ville kunne løse problemet. I figur 3.2 er afvigelserne for de seks observationsperioder vist. Som det fremgår af figuren er afvigelserne faldet til omkring 1 cm. [Hill et al., 2001]

Denne artikel har vist, at det er muligt at opnå målinger med en nøjagtighed på centimeterniveau ved efterprocessering af faseobservationer indsamlet med to billige GPS-modtagere. De bedste nøjagtigheder er opnået ved dataindsamling i 30 min, hvor der er taget højde for halve bølgelængder ved bestemmelsen af periodekonstanter og ved behandlingen af cycleslips.

3.1.2 Volker Schwieger – Stuttgart Universitet 2003

Ved universitet i Stuttgart er der ligeledes blevet arbejdet med rå observationer fra billige GPS-modtagere. I 2003 skrev Volker Schwieger artiklen *“Using Handheld GPS Receivers for Precise Positioning”*, der omhandler dette arbejde, hvor formålet var at undersøge de muligheder, der er for at foretage positionering vha. faseobservationer fra en Garmin-modtager og at undersøge de tilhørende nøjagtigheder.

Det første forsøg, der er beskrevet i artiklen, er udført med en Garmin eTrex Vista og en Leica SR 530. Forsøget er udført ved to opmålinger; en på taget af universitet i Stuttgart og en uden for byen. Ved begge forsøg blev Leica'en placeret i et punkt med kendte koordinater i umiddelbar nærhed af Garmin-modtageren. Det mest interessante ved forsøget er, at resultaterne beregnes med to forskellige programmer, og det dermed er muligt at se, hvor meget de endelige positioner afhænger af den software, der er benyttet ved beregningerne. Det ene program

er *P4*, som er udviklet ved Nottingham Universitet, og det andet program er *Ski-PRO* fra Leica. Ved beregningerne er cutoff-vinklen sat til 10 grader. Data blev indsamlet i 2 timer det første sted og 50 minutter det andet sted med et epokeinterval på et sekund. De indsamlede data er efterfølgende blevet opdelt i perioder af 5 min inden beregningen af positioner. Spredningerne for de beregnede positioner er vist i figur 3.3 og figur 3.4.

	Længde		Bredde		Højde	
	SKI-PRO	P4	SKI-PRO	P4	SKI-PRO	P4
Kode	7.54	3.43	4.58	2.26	7.05	18.50
Relativ kode	2.50	2.38	2.64	2.54	7.05	7.63
Relativ fase	0.29	0.63	0.86	2.15	0.42	0.79
Figur 3.3 – Spredning (m) ved opmåling på tag [Schwieger, 2003]						

	Længde		Bredde		Højde	
	SKI-PRO	P4	SKI-PRO	P4	SKI-PRO	P4
Kode	6.52	3.88	5.38	2.88	13.34	13.98
Relativ kode	1.44	1.65	0.75	1.23	1.16	1.64
Relativ fase	0.41	1.59	2.48	8.95	0.56	2.89
Figur 3.4 – Spredning (m) ved opmåling uden for by [Schwieger, 2003]						

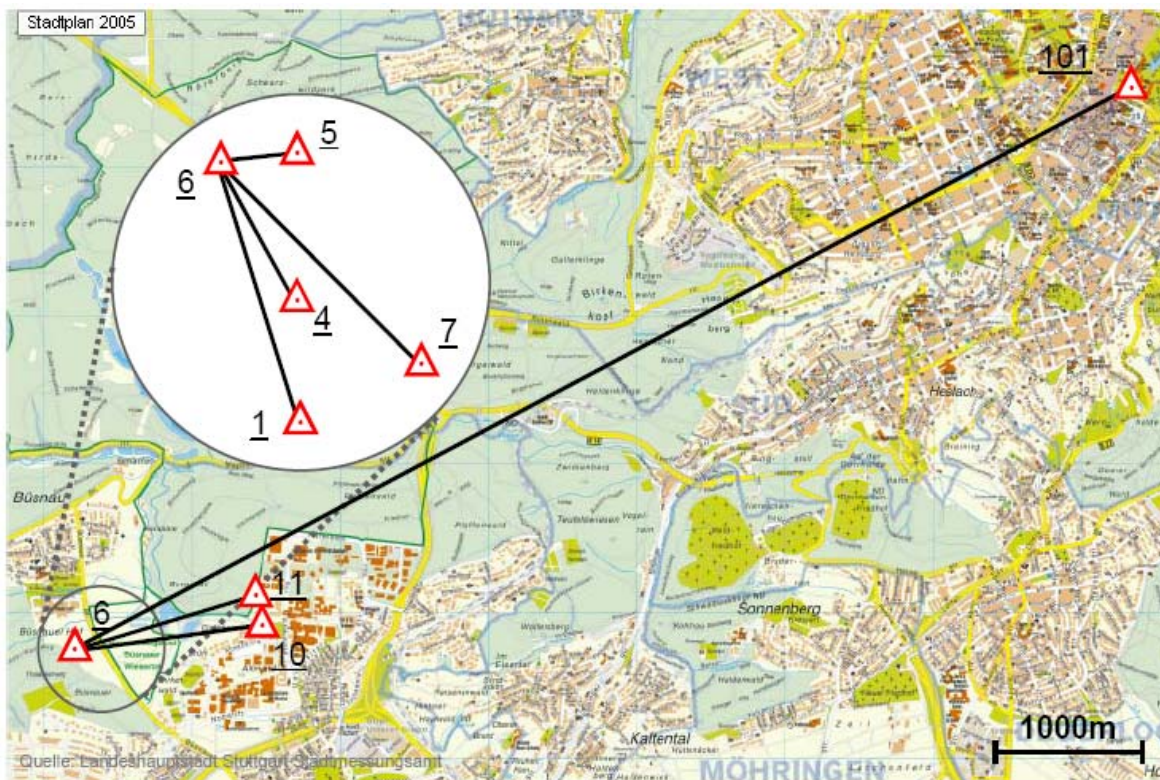
Det fremgår af tallene, at programmet *P4* er bedst egnet til beregning af positioner ved absolut og relativ kodemåling, hvorimod *Ski-PRO* giver de bedste resultater ved beregninger af positioner vha. faseobservationer. Dette begrundes med at *P4* ikke kan bestemme periodekonstanterne korrekt på den korte observationstid, hvorimod *SKI-PRO* indeholder bedre algoritmer til dette. Figuren viser tydeligt, at de resultater, som opnås, i høj grad afhænger af den software, der benyttes ved databehandlingen. Dette forsøg er måske ikke så velegnet til at vurdere Garmin-modtagerens potentiale, men derimod viser det ganske tydeligt, hvor stor betydning det har at vælge software, der egner sig til den type beregning, der skal foretages. Spredningerne er meget store, hvilket sandsynligvis skyldes de korte intervaller på kun 5 minutter, og derfor ville spredningerne nok blive reduceret betydeligt, hvis intervallets længde blev forøget. [Schwieger, 2003]

3.1.3 Volker Schwieger – Stuttgart Universitet 2005

Volker Schwieger udgav i 2005 artiklen ” *Possibilities of Low Cost GPS Technology for Precise Geodetic Applications*”, som ligeledes omhandler nøjagtige opmålinger med billige GPS-modtagere. I denne artikel argumenterer han for, at billige GPS-modtagere kan benyttes til geodætiske formål i Ulande, og derfor foretager han yderligere test for at undersøge de nøjagtigheder, som kan opnås. Ved dette forsøg foretages beregningerne i *SKI-PRO*. [Schwieger og Gläser, 2005]

Ved denne test benyttes to Garmin eTrex Vista og formålet er at undersøge sammenhængen mellem nøjagtighed og afstanden mellem modtagerne. I forhold til testen udført i 2003 er forskellen, at der ved denne test benyttes to Garmin-modtagere, og at basislængden bliver op til 8 km. lang, hvor den i det tidligere forsøg var mindre end 1 km. Ved testen blev den ene modtager placeret i et kendt punkt, hvorefter den anden modtager blev placeret i syv andre punkter i 30 min hvert sted. I figur 3.5 er de punkter vist, hvor GPS-modtagerne blev placeret under

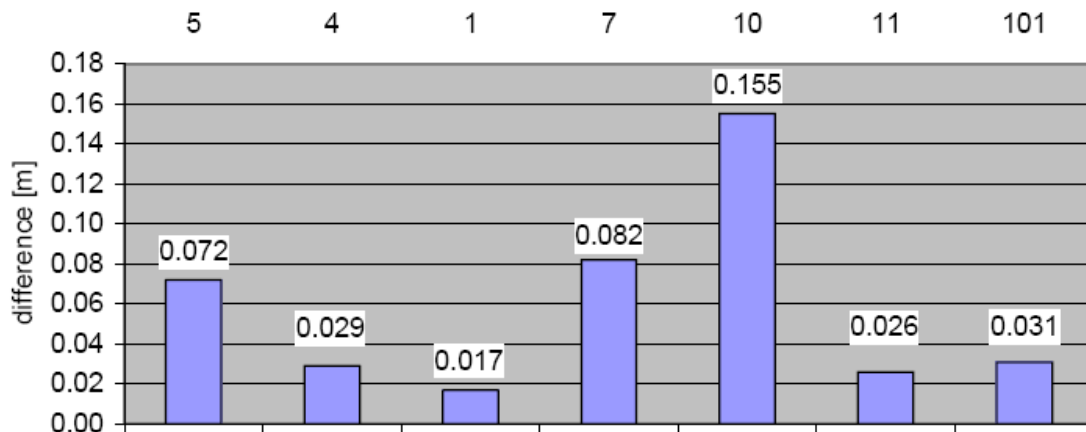
opmålingerne. Den ene Garmin-modtager blev placeret i punkt 6, hvor den målte løbende under hele testen. [Schwieger og Gläser, 2005]



Figur 3.5 - Basislinier fra testen i Stuttgart 2005 [Schwieger og Gläser, 2005]

I figur 3.6 er 3D-forskellen med de beregnede og de kendte koordinater vist. Afstanden mellem rover og master er kortest ved punkt 5, som ses til venstre i figur 3.7, og afstanden er størst ved punkt 101. Det er ikke muligt at se en klar sammenhæng mellem afstanden fra masteren og den nøjagtighed, som opnås i de enkelte punkter. Punkt 10 har den dårligste nøjagtighed, hvilket Schwieger mener skyldes, at punktet er placeret nær en bygning, og derved kan målingerne være påvirket af multipath. [Schwieger og Gläser, 2005]

Hvis der ses bort fra punkt 10 viser denne test, at afvigelsen mellem de kendte og den beregnede koordinat ved afstande mellem rover master på op til 8 km er bedre end 8 cm. Testen viser ikke en sammenhæng mellem nøjagtigheden og afstanden mellem de to modtagere. Nøjagtighederne i figuren kan opnås, når der foretages opmåling under gode forhold og ved dataindsamling i mindst 30 minutter. Det nævnes i artiklen, at målingerne er meget følsomme overfor multipath og anden påvirkning af signalet, da modtageren ikke foretager en vurdering af signalets pålidelighed og kvalitet. Derudover konkluderes det bl.a., at der bør tages højde for halve bølgelængder, hvilket ikke er muligt, når SKI-PRO anvendes ved beregningerne.



Figur 3.6 – 3D-Afviigelser fra kendte koordinater [Schwieger og Gläser, 2005]

3.2 Enkeltfrekvente Systemer

Artiklerne, som er blevet præsenteret i de foregående afsnit, drejer sig om muligheden for at benytte faseobservationer fra billige Garmin-modtagere, men der findes i forvejen kommercielle systemer, som ligeledes kun benytter faseobservationer fra L1 – det drejer sig bl.a. om ProMark fra Thales og systemet SR20 fra Leica. Disse to systemer vil i det følgende blive præsenteret.

3.2.1 Thales ProMark

Det enkeltfrekvente opmålingssystem fra Thales findes i to udgaver – ProMark2 og ProMark3. Ifølge Thales er styrken ved disse systemer, at de både kan benyttes til indsamling af GIS-data og til opmåling, hvor der kræves nøjagtighed på centimeterniveau. Derudover kan modtageren benyttes til navigation som andre håndholdte modtagere. På figur 3.7 og 3.8 ses ProMark 2 og 3.



Figur 3.7 – Thales ProMark2 [Thales, WWW, 2006]



Figur 3.8 – Thales ProMark 3 [Thales, WWW, 2006]

Af produktbeskrivelserne fremgår det, at modtagerne har to hovedindstillinger, hvor første indstilling bruges til navigation, som en traditionel billig modtager, når man ønsker at genfinde punkter. Herefter kan en ekstern antenne tilsluttes, og modtageren indstilles til at foretage nøjagtig opmåling. Nøjagtigheden i planet er ved statiske målinger $0.005 \text{ m} + 1 \text{ ppm}$, og i højden er nøjagtigheden $0.010 \text{ m} + 2 \text{ ppm}$. Disse nøjagtigheder opnås ved at foretage observationer i 20-60 minutter med ProMark2 og i 4-40 minutter med ProMark3. Tiden, der skal observeres i, afhænger af afstanden mellem modtagerne og af andre faktorer såsom satellitgeometrien, se figur 3.9. [Thales, WWW, 2006]

	ProMark2	ProMark3
Plan	0.005 m + 1 ppm	0.005 m + 1 ppm
Højde	0.010 m + 2 ppm	0.010 m + 2 ppm
Observationstid	20-60 minutter	4-40 minutter

Figur 3.9 - Nøjagtigheder ved statisk måling (rms)

I figur 3.10 er priserne for Promark 2 og 3 vist, og det ses, at prisen starter ved 21000,- kr. for en enkelt modtager. Prisen for to modtagere er lige omkring 50.000,-, hvor al nødvendig hardware og software er inkluderet. Til at behandle de indsamlede data medfølger softwaren GNSS Solutions, som er udviklet af Thales. [NavtechGPS, WWW, 2006a] & [NavtechGPS, WWW, 2006b]

	ProMark2	ProMark3
Pris (1 modtager)	21.000,- kr.	27.000,- kr.
Pris (2 modtagere)	42.500,- kr.	50.000,- kr.

Figur 3.10 - Priser for Thales ProMark2 og ProMark3

3.2.2 Leica SR20

Leica har ligeledes udviklet et enkeltfrekvent system, som kan benyttes til indsamling af GIS-data og med mulighed for at opnå nøjagtigheder på centimeterniveau ved efterprocessering. Som det er vist i figur 3.11 kan der tilkobles en ekstern antenne, som benyttes, når der ønskes høj nøjagtighed. Der er også mulighed for at benytte antennen, som er indbygget i selve modtageren, hvilket f.eks. kan være anvendeligt ved lokalisering af eksisterende punkter.

Ved efterprocessering af faseobservationer indsamlet med to modtagere kan der opnås en 2D nøjagtighed på 0.005-0.010 m + 2 ppm. Nøjagtigheden i højden er det dobbelte af nøjagtigheden i planet. Der er dog intet nævnt i hverken reklamebrochuren eller manualen om, hvor længe der skal observeres i et punkt for at opnå denne nøjagtighed. En anden vejledning fra Leica anbefaler, at der ved enkeltfrekvente GPS-modtagere observeres i minimum 15 minutter, når der er fra 1 til 3 km mellem master og rover. For hver kilometer afstanden forøges skal der observeres 5 minutter længere. Dette betyder, at der ved en afstand på f.eks. 8 kilometer mellem master og rover skal observeres i 40 minutter. [Leica Geosystems, 2000] & [Leica Geosystems, WWW, 2006]



Figur 3.11 - Leica SR20
[Leica Geosystems, WWW, 2006]

	Leica SR20
Plan	0.005-0.010 m + 2 ppm
Højde	0.010-0.020 m + 4 ppm
Observationstid	15-? minutter

Figur 3.12 - Nøjagtigheder ved statisk måling (Leica SR20)

Leica SR20 sælges i to standardpakker med enten en eller to modtagere, hvor der medfølger bl.a. batterier, oplader, kabler, ekstern antenne og software. Leica oplyser, at prisen er henholdsvis 36.300 kr.,- for en modtager og 61.400 kr.,- for to. Ved køb af modtageren medfølger programmet Leica GeoOffice.

	Leica SR20
Pris (1 modtager)	36.300 kr.
Pris (2 modtagere)	61.400 kr.

Figur 3.13 - Priser for Leica SR20 (excl. moms)

Når de enkeltfrekvente systemer fra Thales og Leica sammenlignes, viser det sig, at de to systemer minder meget om hinanden med hensyn til nøjagtigheder og anvendelse. Anskaffelsesprisen for to enkeltfrekvente modtagere og software vil ligge på mellem 40.000,- og 60.000,- kr. afhængig af, hvilken producent modtagerne er fra.

3.3 Anvendelser

I dette afsnit vil der blive set nærmere på de anvendelsesmuligheder, der er ved et enkeltfrekvent GPS-system. Som udgangspunkt kan de systemer fra Thales og Leica, som blev præsenteret i sidste afsnit, benyttes til de samme opgaver, som dobbeltfrekvente modtagere. Der er dog en række forskelle mellem de enkelt- og dobbeltfrekvente systemer, som har betydning for den praktiske anvendelse. Dobbeltfrekvente modtagere kan i høj grad eliminere påvirkningen fra ionosfæren ved at foretage beregninger ud fra de to fasesignaler, men dette er ikke muligt med en enkeltfrekvent modtager. Derfor bør afstanden mellem master og rover ikke være for stor, da det dermed kan antages, at de atmosfæriske påvirkninger er ens. Derudover skal der observeres længere tid ved dataindsamling med enkeltfrekvente modtagere, hvilket viser sig ved, at der ved modtagerne fra både Thales og Leica skal observeres i minimum 15 minutter for at opnå en nøjagtighed på centimeterniveau. [Dueholm et al., 2005, s. 75-80]

Selvom der er visse begrænsninger ved at benytte enkeltfrekvente modtagere, kan de ved nogle opgaver opvejes af den billigere pris ved anskaffelse. I [Schwieger og Gläser, 2005] argumenteres der for at et sådant system ville være egnet til anvendelse i Ulande. Der kunne dermed ses en stor anvendelighed for denne type modtagere ved etableringen af matrikulære systemer i Ulande.

En styrke ved de enkeltfrekvente systemer er, at de er billige i anskaffelse. Anskaffelsesprisen for to enkeltfrekvente modtagere til 40-60.000,- kr. er ikke meget, hvis der sammenlignes med

to geodætiske modtagere til omkring 300-400.000,- kr. Den forholdsvis lave anskaffelsespris kan også være medvirkende til, at et firma vælger at anskaffe GPS-udstyr, som måske ellers ville være for dyrt. Dog spiller arbejdslønnen en stor rolle i Danmark, hvilket ikke taler for anskaffelsen af et system, der kræves lang observationstid. Derfor må anvendelsesområdet findes, hvor observationstiden ikke spiller en afgørende rolle.

3.4 Opsamling

Det har vist sig ved forsøg udført ved Universiteterne i Nottingham og Stuttgart, at positioner beregnet vha. fasemålinger fra en billig GPS-modtager kan komme ned på cm-niveau. Denne høje nøjagtighed kræver dog, at der indsamles data i ca. 30 minutter, da nøjagtigheden ellers bliver dårligere. Ved observationer i f.eks. 15 min er afvigelsen omkring 20 cm. I figur 3.14 er resultaterne fra artiklerne vist sammen med nøjagtighederne ved de to beskrevne enkeltfrequent systemer. Nøjagtighederne er ikke angivet ens i artiklerne, men det er alligevel muligt at danne sig et indtryk af, hvilket niveau de befinder sig på.

Forfatter	Hill ²	Schwieger 2003 ³	Schwieger 2005 ⁴	Thales ⁵	Leica ⁶
Modtagertype	Garmin 12XL	Garmin eTrex Vista + Leica SR530	Garmin eTrex Vista	Thales Pro-Mark	Leica SR20
Nøjagtighed, Plan	< 0.011 m	> 30 cm	<0.08 m (3D)	0.005 m	0.005-0.010 m
Nøjagtighed, Højde	< 0.016 m	> 40 cm		0.010 m	0.010-0.020 m
Observationstid	30 min.	5 min	30 min.	4-40 min.	15-60 min.

Figur 3.14– Opsamling af resultater fra artiklerne

Når det ønskes at få bedre nøjagtigheder ved målinger med en billig Garmin-modtager, er der flere forhold, som har indflydelse. I alle artiklerne fremgår det, at de indsamlede data er blevet korrigeret for cycleslips, og at der ville kunne ske en yderligere forbedring af resultaterne, hvis denne korrektion kunne ske til halve bølgelængder i stedet for hele bølgelængder. Det vil sige, at korrektion for cycleslip spiller en stor rolle for den nøjagtighed, der kan opnås. Specielt hvis der også tages højde for halve bølgelængder ved bestemmelsen af periodekonstanterne.

² Nøjagtighederne er angivet som afvigelsen mellem kendte og beregne koordinater

³ Nøjagtighederne er angivet som spredning (standard deviation)

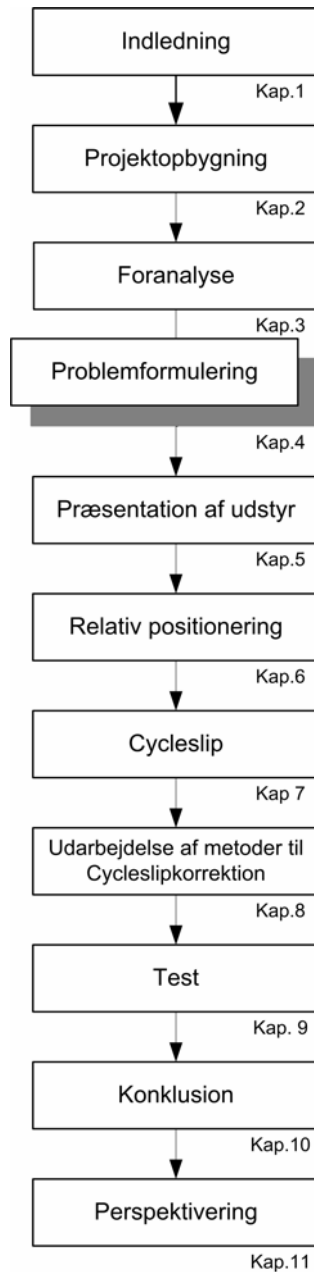
⁴ Nøjagtighederne er angivet som 3D-afvigelsen mellem kendte og beregnede koordinater

⁵ Nøjagtighederne er angivet som spredning (RMS)

⁶ Nøjagtighederne er angivet som spredning (RMS)

Kapitel 4

Problemformulering



4 Problemformulering

Der er igennem foranalysen blevet præcenteret nogle af de resultater, der er opnået med positionsbestemmelse vha. faseobservationer indsamlet med billige GPS-modtagere. Projektgruppen ønsker at arbejde med dette emne i projektet, og derfor er det valgt at anvende Garmin 12XL, da der ved denne modtager er mulighed for at få adgang til de rå observationer. Der kunne dog benyttes en hvilken som helst anden billig modtager, hvis blot der er adgang til de rå observationer.

Som det viste sig gennem foranalysen skal faseobservationerne, der hentes ud af modtageren korrigeres for cycleslip. Hvis der skal opnås nøjagtigheder på centimeterniveau, skal der derfor tages højde for cycleslips ved udarbejdelsen af beregningsrutiner til behandling af data fra Garmin-modtageren. Der er en række forskellige metoder til at lokalisere og korrigere cycleslips. Projektgruppen skal derfor skabe sig et overblik over de metoder, der kan benyttes ved enkeltfrekvente modtagere. Korrektioner af cycleslips kan både foretages realtime og ved efterprocessering. Ved efterprocessering kan cycleslips fjernes mere enkelt end realtime. Det har dog ikke været muligt at benytte rådata fra Garmin-modtageren i realtime, men projektgruppen forventer dog, at efterprocessering af Garmin-data vil give tilstrækkelig med udfordringer til et helt semester.

Som det ligeledes fremgik af foranalysen er det muligt at forbedre nøjagtighederne ved positionsbestemmelse med Garmin-data ved at tage højde for, at modtageren måler halve bølger. Dette betyder, at det ved behandlingen af cycleslips og ved bestemmelse af periodekonstanter skal være muligt at lade værdierne antage halve bølgelængder. [Hill et al., 2001]

Projektgruppen er på baggrund af ovenstående kommet frem til følgende problemformulering:

Hvilken præcision kan projektgruppen opnå ved efterprocessering af rå GPS-observationer indsamlet med to Garmin 12XL?

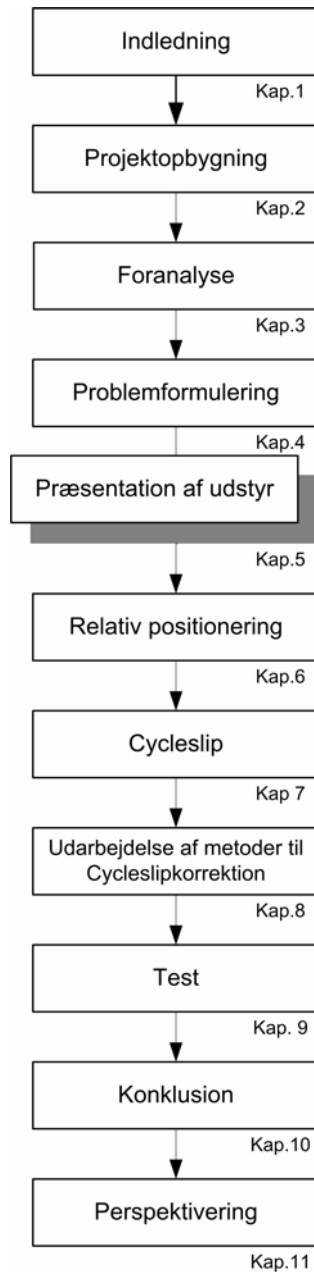
Det er valgt at betragte dette problem fra en landmålingsmæssig synsvinkel. Det vil sige, at for at begrænse de parametre, der skal undersøges med hensyn til systemets formåen, vil der blive fokuseret på, hvilken indflydelse observationstiden og basislængden har på præcisionen. Det er ligeledes disse to parametre Leica og Thales benytter ved præcisionsbeskrivelsen af deres systemer. Ud fra disse betragtninger er det valgt at inddele ovenstående spørgsmål i følgende to delspørgsmål:

- **Hvilken sammenhæng er der mellem observationstid og præcisionen?**
- **Hvilken sammenhæng er der mellem basislængden og præcisionen?**

For at kunne besvare ovenstående spørgsmål skal projektgruppen udarbejde en beregningsrutine, der kan bestemme positioner ved relativ fasemåling. Under udarbejdelsen skal der tages højde for, at periodekonstanterne kan antage halve bølgelængder. Det er derudover en forudsætning for præcis positionsbestemmelse, at der tages højde for cycleslips. Det er derfor også nødvendigt, at projektgruppens beregningsrutine kan håndtere cycleslips.

Kapitel 5

Præsentation af udstyr



5 Præsentation af udstyr

Dette afsnit har til formål at give en præsentation af de to Garmin 12XL, der vil blive benyttet i dette projekt. Derudover indeholder afsnittet en kort præsentation af den software, som gør det muligt at gemme faseobservationerne fra denne GPS-modtager.

5.1 Garmin XL12

GPS-modtageren Garmin 12XL, hører ifølge producenten til verdens mest solgte håndholdte GPS-modtagere. Modellen produceres dog ikke længere, men da der er solgt så mange eksemplarer, må det antages, at det stadig er en meget benyttet modtager. Modtageren henvender sig til privatpersoner og har funktioner, som netop er rettet mod brugere som f.eks. lystfiskere, spejdere eller vandrere, der ønsker en modtager til navigation. Modtagerens funktioner afspejler netop denne målgruppes behov ved funktioner såsom kompas, waypoints, rutevisning o.lign. Disse funktioner vil ikke blive yderligere beskrevet, da de ikke skal benyttes i dette projekt. Specifikationerne for modtageren er vist i figur 5.2. For yderligere specifikationer henvises til Garmin-producentens hjemmeside. [Garmin, WWW, 2006a],[Garmin, 1997]



Figur 5.1 - Garmin 12XL [Garmin, WWW, 2006b]

Som det fremgår af figur 5.2, er der mulighed for at tilslutte en ekstern antenne, hvilket iflg. manualen kan forbedre nøjagtigheden. Der er flere muligheder for at vælge formater, når modtageren skal sende eller modtage data fra andre enheder. Garmins eget format kan benyttes, når der skal overføres data mellem to Garmin-modtagere eller til en PC. RTCM-formatet benyttes, når der skal modtages DGPS-korrektioner, og NMEA-formatet kan benyttes som inputformat til at opdatere waypoints og som outputformat til at bringe koordinater og anden information videre. Det er dog ikke muligt at indstille modtageren til at sende de rå observationer som output. [Garmin, 1997]

Da der i dette projekt ønskes at arbejde med rå observationer fra billige GPS-modtagere, skal disse være tilgængelige for, at en modtager kan benyttes i projektet. Det har vist sig, at det er muligt at få rå observationer ud af Garmin 12XL, og derfor er det

Specifikationer	
Modtagertype	C/A kode (L1 frekvens)
Antal kanaler	12
Antenne	Intern (ekstern antenne kan tilsluttes)
Tid mellem opdateringer	1 sek.
GPS nøjagtighed, RMS	15 m
DGPS nøjagtighed, RMS	1-5 m
Outputformater	NMEA, Proprietary garmin (Garmins eget format)
Inputformater	NMEA, RTCM, Proprietary garmin (Garmins eget format)
Strøm	4 AA batterier

Figur 5.2 Specifikationer for Garmin 12XL

valgt at benytte denne modtager i projektet. Da det ikke umiddelbart er muligt at indstille modtageren til at udsende rå observationer, skal der benyttes specielt software, der gør dette muligt.

5.2 Gringo og Async

Som det blev nævnt i sidste afsnit er der ikke mulighed for at gemme faseobservationer fra Garmin XL12 direkte i modtagerens hukommelse eller at indstille modtageren til at sende observationerne som output. Dette skyldes sandsynligvis, at der ikke er et behov for dette blandt den typiske målgruppe. Det har dog vist sig, at det alligevel kan lade sig gøre at få adgang til rådata. Ved at koble modtageren til en PC og benytte programmer, som dem, der beskrives senere i dette afsnit, kan man få modtageren til at udsende rå kode- og faseobservationer.

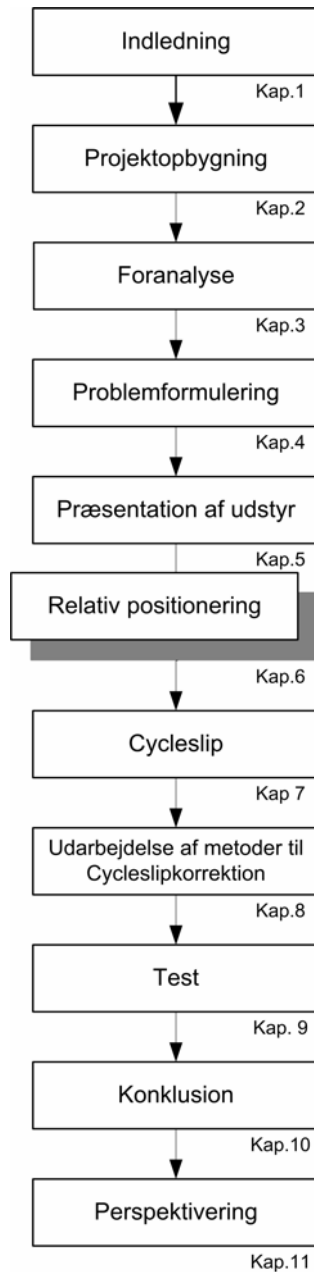
I de tre artikler, som blev præsenteret i afsnit 3.1, blev programmet GRINGO benyttet til at gemme observationerne fra Garmin-modtageren. Programmet GRINGO er udviklet ved Universitetet i Nottingham, og programmet kan levere observationer i RINEX-format⁷. For at programmet kan benyttes skal Garmin-modtageren være tilsluttet en PC via et serialstik, hvorefter observationer løbende kan gemmes på harddisken. Programmet GRINGO blev fra starten designet til at kunne benytte data fra Garmin 12XL, og derfor ville dette program være oplagt at benytte i dette projekt, da det netop er denne type modtagere, der arbejdes med. Programmet er dog ikke stillet frit til rådighed, og derfor er dette program blevet fravalgt. [Hill et al., 2001]

Det viste sig derimod, at der ved det tekniske universitet i Madrid er blevet udarbejdet et lignende program af Antonio Taberero Galán. Dette program har dog ikke en grafisk brugerflade på samme måde som GRINGO, men skal derimod køres fra et kommandovindue. Dette kan umiddelbart virke lidt besværligt, men er dog intet problem, når det tages i betragtning, at det er forholdsvis få kommandoer, der skal benyttes. Programmet stilles i øvrigt frit til rådighed. Programmet består egentlig af to programmer. Det ene hedder ”Async”, og med dette program overføres data løbende fra Garmin-modtageren til en bærbar computer under opmålingen. Efter opmålingen findes der derefter en fil på computeren med de indsamlede data. Denne datafil er dog ikke umiddelbart læsbar og skal derfor først oversættes, hvilket det andet program ”gar2rnx” kan udføre. Den endelige fil er en observationsfil i Rinexformat, og dermed er kode- og faseobservationerne fra Garmin-modtageren blevet tilgængelige i et filformat, som kan benyttes af de fleste beregningsprogrammer. Det er disse to programmer ”async” og ”gar2rnx”, der vil blive benyttet til at få adgang til de rå observationer fra Garmin-modtageren. [Galán, Antonio Taberero, WWW, 2006]

⁷ Informationer om RINEX-formatet kan findes på følgende side: <http://www.ngs.noaa.gov/CORS/RINEX2.html>

Kapitel 6

Relativ positionering



6 Relativ positionering

I dette kapitel vil grundlaget for udarbejdelsen af en beregningsrutine til efterprocessering af GPS-data blive præsenteret. Beregningsrutinerne er blevet foretaget i MatLab, og har bl.a. til formål at danne grundlag for implementeringen af forskellige metoder til behandling af cycleslips. Som det fremgår af problemformuleringen ønskes der en undersøgelse af, hvilken præcisionen projektgruppen kan opnå med to billige modtagere. For at opnå en præcision, der er tilstrækkelige gode til landmåling, skal positionsbestemmelsen ske ved relativ GPS-måling, hvor der foretages faseobservationer fra to modtagere til de samme satellitter samtidig. Dette gøres for at kunne danne enkelt- og dobbeltdifferenser, der eliminerer en række fejlkilder. Differensdannelsen vil blive yderligere beskrevet i det følgende.

I sidste del af dette kapitel følger en beskrivelse af den teori projektgruppen har benyttet sig af for at bestemme en float- og fixedløsning. Ud fra den teori er der udarbejdet en række scripts, der har til formål at beregne float- og fixedløsninger. De udarbejdede scripts er blevet testet, og resultaterne præsenteres sidst i kapitlet. Det arbejdsdatasæt, som er blevet benyttet, er beskrevet i bilag B. Formler og notationen i dette kapitel er hentet fra [Cederholm, 2006].

6.1 Differenser

Dannelsen af differenser mellem faseobservationer er grundlaget for at kunne udføre positionsbestemmelse på centimeterniveau. For at kunne danne differenser benyttes to modtagere, hvor den ene er placeret i et punkt med kendte koordinater og den anden modtager er placeret i punktet, der ønskes opmålt. I dette afsnit beskrives elimineringen af fejlbidrag ud fra enkelt- og dobbeltdifferenser.

6.1.1 Enkeltdifferenser

For at kunne danne differenser skal rover og master foretage observationer til de samme satellitter på samme tid. En faseobservation mellem master og en satellit ses nedenfor.

$$\rho_m^j = \lambda \Delta \phi_m^j + \lambda N_m^j - c(dt_m + dt^j) + I - T \Leftrightarrow$$

$$\lambda \Delta \phi_m^j = \rho_m^j + c(dt_r + dt^j) - I + T - \lambda N_m^j$$

hvor

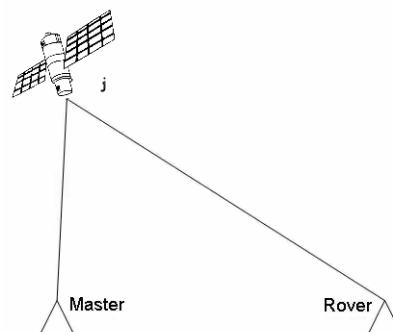
m er master (modtagerne står altid i subscript)

j er en satellit (satellitterne står altid i superscript)

ρ_m^j er den geometriske afstand mellem sat. og master

N_m^j er periodekonstanten mellem j og m

$\Delta \phi_m^j$ er den målbare og den akkumulerede faseforskel mellem j og m



Figur 6.1 - Enkeltdifferens

λ er bølgelængden
 I er Ionosfæreforsinkelsen
 T er Troposfæreforsinkelsen
 dt^j er satellittens urfejl
 dt_m er masterens urfejl
 C er lysets hastighed i vakuum

Enkeltdifferenser dannes ved at trække observationen mellem master og satellit fra observationen mellem rover og satellit, se figur 6.1.

Enkeltdifferensen er dermed forskellen mellem de to afstande, der er vist i figuren. For at vise, hvordan de forskellige fejlbidrag bliver elimineret er beregningerne af en enkeltdifferens vist nedenfor.

$$\begin{aligned}
 \lambda\Delta\phi_r^j - \lambda\Delta\phi_m^j &= [\rho_r^j + c(dt_r + dt^j) - I + T - \lambda N_r^j] - [\rho_m^j + c(dt_m + dt^j) - I + T - \lambda N_m^j] \Leftrightarrow \\
 \lambda\Delta\phi_r^j - \lambda\Delta\phi_m^j &= \rho_r^j - \rho_m^j + c(dt_r - dt_m) - \lambda N_r^j + \lambda N_m^j \Rightarrow \\
 \lambda\Delta\phi_{rm}^j &= \rho_{rm}^j + c(dt_{rm}) - \lambda N_{rm}^j
 \end{aligned}$$

hvor $\lambda\Delta\phi_{rm}^j$ er enkeltdifferensen
 $\Delta\phi_r^j$ er den målbare faseforskel mellem j og r
 N_r^j er periodekonstanten mellem j og r
 ρ_r^j er den geometriske afstand mellem sat. og rover
 dt_r er roverens urfejl

Det ses af formlen hvordan enkeltdifferens eliminerer satelliturets fejlbidrag. Det antages ligeledes, at ionosfære og troposfære bidraget elimineres.

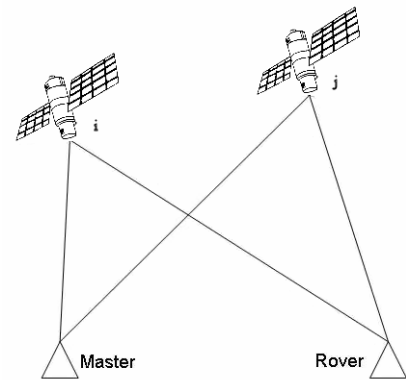
6.1.2 Dobbeldifferens

Dobbeldifferens dannes ved at trække to enkeltdifferenser fra hinanden, se figur 6.2. I dette tilfælde fås:

$$\begin{aligned}
 \lambda\Delta\phi_{rm}^i - \lambda\Delta\phi_{rm}^j &= [\rho_{rm}^i + cdt_{rm} + \lambda N_{rm}^i] - [\rho_{rm}^j + cdt_{rm} + \lambda N_{rm}^j] \Leftrightarrow \\
 \lambda\Delta\phi_{rm}^i - \lambda\Delta\phi_{rm}^j &= \rho_{rm}^i - \rho_{rm}^j + \lambda N_{rm}^i - \lambda N_{rm}^j \Rightarrow \\
 \lambda\Delta\phi_{rm}^{ij} &= \rho_{rm}^{ij} + \lambda N_{rm}^{ij}
 \end{aligned}$$

hvor i er referencesatellitten.
 $\lambda\Delta\phi_{rm}^{ij}$ er dobbeltdifferensen

En af enkelt-differenserne, der benyttes til udregning af dobbeltdifferensen, skal indeholde referencesatellitten. Referencesatellitten danner dobbeltdifferenser med alle øvrige satellitter. Typisk vælges den satellit, der står højest på himlen som reference satellit. Hvis reference-satellitten forsvinde under horisonten, skal der vælges en ny referencesatellit, og nye periodekonstanter skal bestemmes. Projektgruppen har valgt at gøre satellitten med den højeste vinkel over horisonten til referencesatellit, dog med den betingelse, at satellitten skal have observationer i alle epoker. Det er imidlertid klart, at sådanne betingelser er tidsmæssige betinget, da satellitterne ikke er geostationære. Det ville derfor være en mere universel løsning, hvis referencesatellitten kan være skiftende satellitter, således at der bestemmes nye periodekonstanter til dobbeltdifferenserne, hvis referencesatellitten ikke længere kan observeres. Projektgruppen har dog ikke indbygget denne betingelse i det udarbejdede script.



Figur 6.2 - Dobeltdifferenser

Det er dobbeltdifferenserne, der bliver benyttet ved den relative positionering. Som det ses af formlen for dobbeltdifferenser, er der for hver dobbeltdifferens en ubekendt periodekonstant. Dvs., at der ved måling med syv satellitter er seks ubekendte periodekonstanter, der skal bestemmes, da referencesatellitten ikke danner dobbeltdifferens med sig selv. Hertil kommer roverpunktets tre ubekendte koordinater, som er det egentlige mål med beregningen. Første epoke vil i dette eksempel indeholde 6 ligninger med 9 ubekendte. Det er derfor nødvendigt at observere over flere epoker, før en løsning til periodekonstanterne og roverpunktet kan bestemmes. Derudover bestemmes periodekonstanterne bedst, hvis der observeres over længere perioder.

6.2 Float- og fixed-løsning

I det følgende vil beregningen bag float- og fixed-løsningen blive præsenteret. Ved en float-løsning bestemmes periodekonstanterne som reelle tal og en position til roveren kan bestemmes. Periodekonstanterne er imidlertid et udtryk for et antal hele bølgelængder. Der kan derfor typisk opnås en bedre løsning, hvis periodekonstanterne afrundes til hele bølgelængder. For Garmins vedkommende er periodekonstanten et udtryk for et antal halve bølger jf. foranalysen, og afrundingen skal derfor ske til halve bølgelængder.

6.2.1 Floatløsningen

Ved bestemmelse af floatløsningen skal der opsættes en A-, b- og C-matrice. Matricerne behandles i det følgende. A- og b-matricen eksemplificeres ud fra en enkelt observation, mens C-matricen eksemplificeres ud fra et helt observationsæt.

b-matricen (observationsvektoren)

For hver epoke bestemmes den geometriske afstand mellem hver enkelt satellit og de to modtagere. Denne afstand benyttes til de beregnede dobbeltdifferenser:

$$S_{rm}^{ij} = s_r^i - s_m^i - s_r^j + s_m^j$$

hvor s er den geometriske afstand mellem satellit og modtager
 S_{rm}^{ij} er den beregnede dobbeltdifferens

På tilsvarende måde bestemmes de observerede dobbeltdifferenser.

$$\lambda\Delta\phi_{rm}^{ij} = \lambda\Delta\phi_r^i - \lambda\Delta\phi_m^i - \lambda\Delta\phi_r^j + \lambda\Delta\phi_m^j$$

Når alle dobbeltdifferenser er dannet, opsættes observationsvektoren, b .

$$b = \lambda\Delta\phi_{rm}^{ij} - S_{rm}^{ij} \quad [\text{Cederholm, 2006}]$$

A-matricen (design matricen)

Næste proces er at danne den tilhørende A-matrice. Observationsligningen for dobbeltdifferensen er ulinear og skal derfor lineariseres

$$\lambda\phi_{rm}^{ij} = \rho_r^i - \rho_m^i - \rho_r^j + \rho_m^j + \lambda N_{rm}^{ij} \Leftrightarrow$$
$$\lambda\phi_{rm}^{ij} = \sqrt{(X^i - X_r)^2 + (Y^i - Y_r)^2 + (Z^i - Z_r)^2} - \sqrt{(X^i - X_m)^2 + (Y^i - Y_m)^2 + (Z^i - Z_m)^2} -$$
$$\sqrt{(X^j - X_r)^2 + (Y^j - Y_r)^2 + (Z^j - Z_r)^2} + \sqrt{(X^j - X_m)^2 + (Y^j - Y_m)^2 + (Z^j - Z_m)^2} + \lambda N_{rm}^{ij}$$

De partielle afledede mht. de ubekendte er

$$\frac{\partial \lambda\Delta\phi_{rm}^{ij}}{\partial X_r} = -\left(\frac{X^i - X_r}{s_r^i} - \frac{X^j - X_r}{s_r^j} \right)$$
$$\frac{\partial \lambda\Delta\phi_{rm}^{ij}}{\partial Y_r} = -\left(\frac{Y^i - Y_r}{s_r^i} - \frac{Y^j - Y_r}{s_r^j} \right)$$
$$\frac{\partial \lambda\Delta\phi_{rm}^{ij}}{\partial Z_r} = -\left(\frac{Z^i - Z_r}{s_r^i} - \frac{Z^j - Z_r}{s_r^j} \right)$$
$$\frac{\partial \lambda\Delta\phi_{rm}^{ij}}{\partial N_{rm}^{ij}} = \lambda$$

Løsningen findes iterativt. [Cederholm, 2006]

C-matricen (vægt matricen)

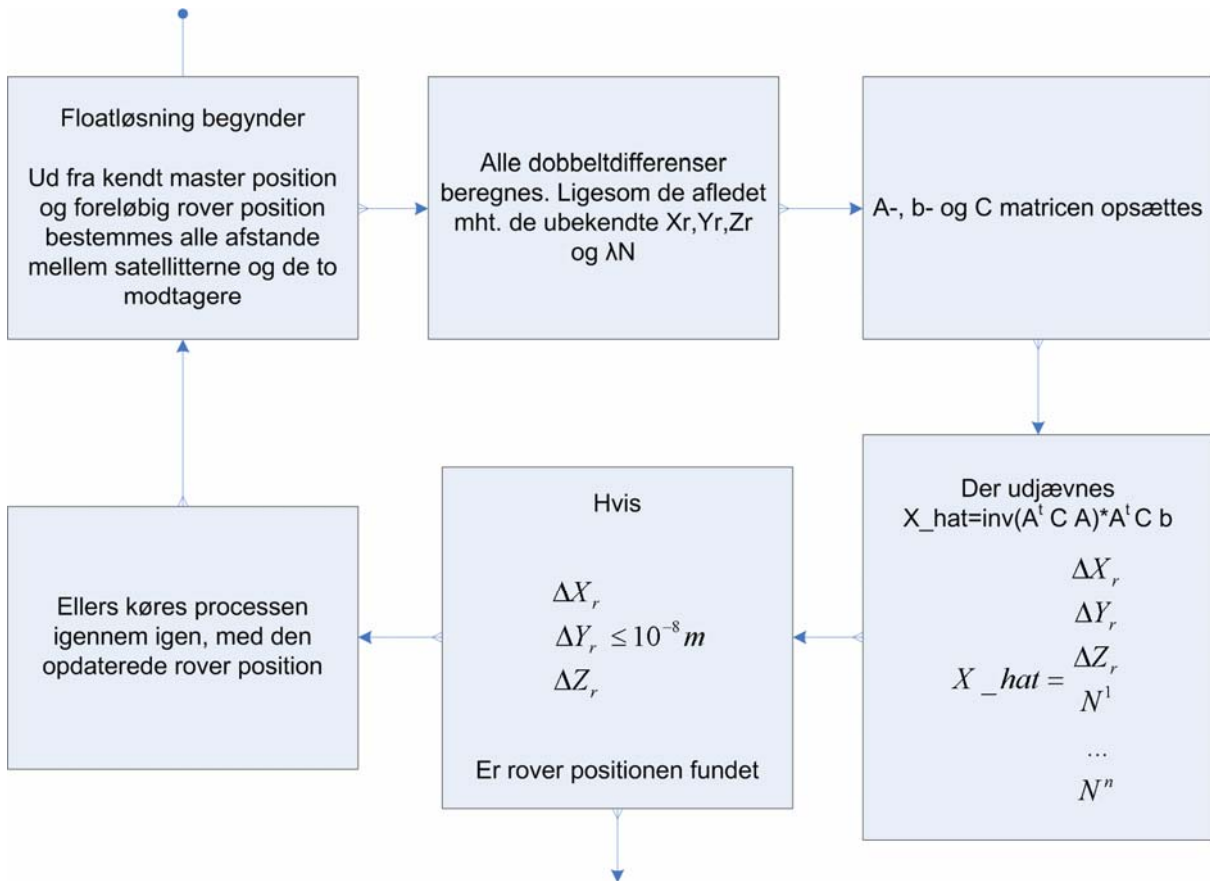
Vægtmatricen, er ikke diagonal som det kendes fra andre dele af landmålingen. Det skyldes, at observationsligningerne i udjævningen er linearkombinationer af de oprindelige observationer. Vægtmatricen kommer derfor til at have følgende form. [Borre, 1992, s. 87]

$$C = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{første} \\ \text{epoke} \end{bmatrix} & & & & \\ & \begin{bmatrix} \text{anden} \\ \text{epoke} \end{bmatrix} & & & 0 \\ & & \begin{bmatrix} \dots \end{bmatrix} & & \\ & & & & \\ 0 & & & & \begin{bmatrix} \text{n'te} \\ \text{epoke} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Dimensionen af hver epokes bidrag i C-matricen afhænger af, hvor mange satellitter, der er observeret til i de enkelte epoker. Hvis der f.eks. i første epoke er observeret til 6 satellitter – heraf en referencesatellit – vil epoke bidraget være en diagonalsymmetrisk 5x5 matrix.

Med A-, b- og C-matricen bestemt kan den egentlig udjævning ske. Resultatet er tre tilvæster, ΔX_r , ΔY_r og ΔZ_r til roverpositionen samt en periodekonstant til hver satellit.⁸ Hvis tilvæksterne er tilstrækkelige små er roverpositionen bestemt, ellers køres hele proceduren igen, med den nye foreløbige roverposition. Det overordnede forløb til floatløsningen ses i figur 6.3.

⁸ Dog ikke referencesatellitten



Figur 6.3 – Processen ved floatløsningen. Figuren er forsimplet i forhold til det udarbejdede script

6.2.2 Fixedløsningen

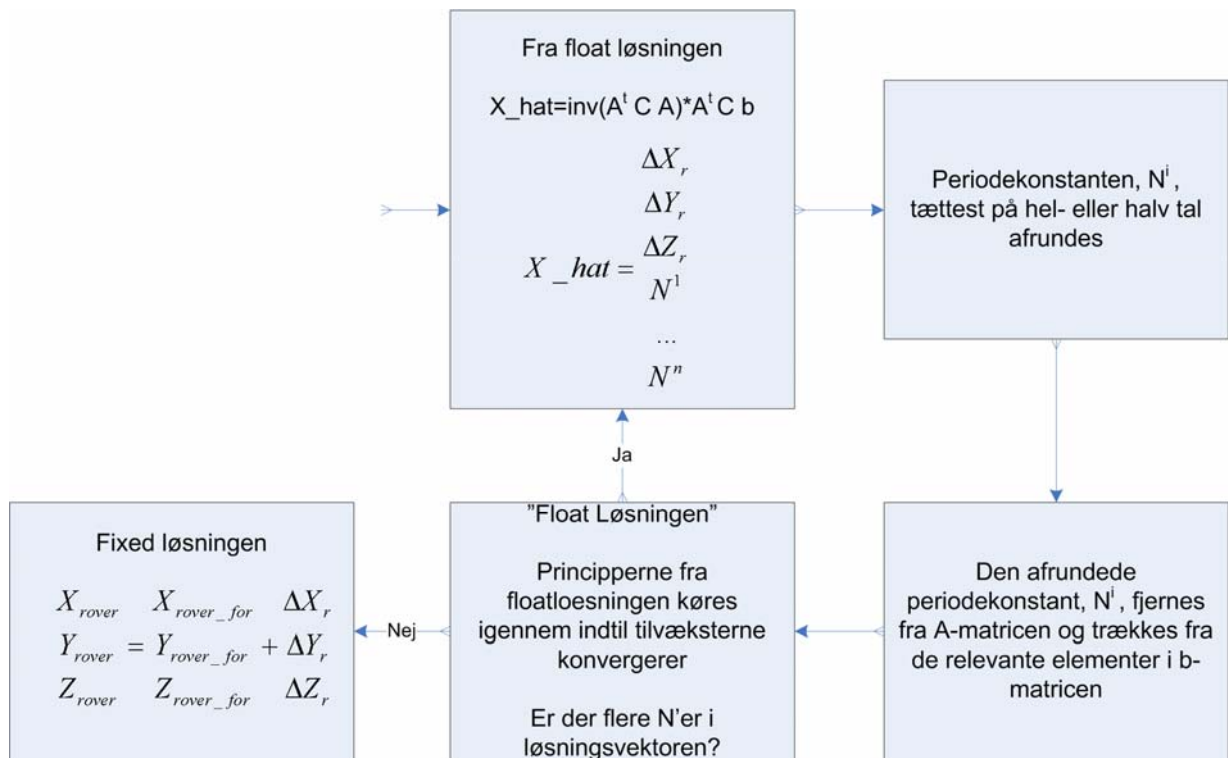
Periodekonstanterne fra floatløsningen er reelle tal. Det kan derfor forventes en forbedring af roverpositionen, hvis periodekonstanterne kan afrundes til det korrekte heltal – for Garmin bør afrundingen også kunne ske til nærmeste halve bølgelængde.

Projektgruppen har med baggrund i den i [Cederholm, 2006] gængs metode udarbejdet en fixedløsning. Her er den periodekonstant, der ligger nærmest hel- eller halv bølgelængde blevet afrundet, og λ -værdierne tilknyttet de pågældende periodekonstanter er blevet fjernet fra A-matricen, ligesom λN er trukket fra de relevante observationer i b-matricen.

$$b = A \cdot \hat{x} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \lambda \Delta \phi_{rm}^{i2} - S_{rm}^{i2} \\ \lambda \Delta \phi_{rm}^{i3} - S_{rm}^{i3} \\ \lambda \Delta \phi_{rm}^{i4} - S_{rm}^{i4} - \lambda N_{rm}^{i4} \\ \lambda \Delta \phi_{rm}^{i5} - S_{rm}^{i5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda \Delta \phi_{rm}^{i2}}{\partial X_r} & \frac{\partial \lambda \Delta \phi_{rm}^{i2}}{\partial Y_r} & \frac{\partial \lambda \Delta \phi_{rm}^{i2}}{\partial Z_r} & \lambda & 0 & 0 \\ \frac{\partial \lambda \Delta \phi_{rm}^{i3}}{\partial X_r} & \frac{\partial \lambda \Delta \phi_{rm}^{i3}}{\partial Y_r} & \frac{\partial \lambda \Delta \phi_{rm}^{i3}}{\partial Z_r} & 0 & \lambda & 0 \\ \frac{\partial \lambda \Delta \phi_{rm}^{i4}}{\partial X_r} & \frac{\partial \lambda \Delta \phi_{rm}^{i4}}{\partial Y_r} & \frac{\partial \lambda \Delta \phi_{rm}^{i4}}{\partial Z_r} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial \lambda \Delta \phi_{rm}^{i5}}{\partial X_r} & \frac{\partial \lambda \Delta \phi_{rm}^{i5}}{\partial Y_r} & \frac{\partial \lambda \Delta \phi_{rm}^{i5}}{\partial Z_r} & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X_r \\ \Delta Y_r \\ \Delta Z_r \\ N_{rm}^{i2} \\ N_{rm}^{i3} \\ N_{rm}^{i5} \end{bmatrix}$$

Herefter kan en ny udjævning gennemføres. Udjævningen foregår ligesom ved floatløsningen dvs. ved en iterativ proces. Herefter bliver en ny periodekonstant afrundet efter samme princip som ovennævnt. Denne proces fortsættes indtil alle periodekonstanter er bestemt, og der er fundet en løsning, hvor blot de tre tilvækster ΔX_r , ΔY_r og ΔZ_r – er tilbage, se figur 6.4. [Cederholm, 2006]



Figur 6.4 – Processen ved fixedløsningen. Figuren er forenklet i forhold til det udarbejdede script

Det er imidlertid ikke altid fornuftigt at bestemme fixed løsningen. Hvis en float periodekonstant f.eks. giver -87457341,88 bølger, og er blevet bestemt med en spredning på 0,3 bølge, bør alle periodekonstanter inden for tre gange spredning undersøges. Det vil sige, at periodekonstanterne fra -87457340,5 til -87457343,0 skal undersøges. Satellitten har altså i dette tilfælde en af seks forskellige periodekonstanter. Hvis der skal bestemmes syv periodekonstanter, hvor alle periodekonstanterne kan antage seks forskellige værdier, vil det give $6^7 = 279936$ forskellige kombinationsmuligheder. Empiriske undersøgelser har vist, at kun hvis den løsning med den mindste residual kvadratsum er 2 til 3 gange mindre end den næstbedste løsning, skal en fixed løsning udregnes, ellers er det bedre at beholde floatløsningen. Denne sidste undersøgelse har projektgruppen dog ikke foretaget. [Hofmann-Wellenhof et al., 2001, s. 223 - 225]

En anden mulighed til bestemmelsen af fixed-løsninger er anvendelsen af LAMBDA-metoden⁹. Metoden er udviklet i Holland ved universitet i Delft i starten af 90'erne, og den finder især anvendelse ved opmålinger med korte observationstider. Med udgangspunkt i pe-

⁹ Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment

riodekonstanterne, der er bestemt som reele tal i float-løsningen, og den tilhørende kovariansmatrice kan denne metode levere en række sandsynlige bud på periodekonstanterne. Under beregningen af disse bud anvender metoden kendskabet til, at periodekonstanterne skal være heltallige. Forud for beregningen af de mulige periodekonstanter er der udført en række transformationer, som har til formål at mindske korrelationerne mellem periodekonstanterne. [Jonge og Tiberius, 1996]

6.3 Resultater

Til at vurdere de udarbejdede beregningsrutiner har projektgruppen benyttet to arbejdsdatasæt. Det ene datasæt indeholder observationer fra to geodætiske GPS-modtagere (Leica GPS system 530), mens det andet datasæt indeholder observationer fra to Garmin 12XL. Der er både indsamlet data fra en masterstation og en roverstation, og basislængden er på ca. 50m. Indsamlingen af Leica- og Garmin-dataene er foregået samtidig og modtagerne var placeret ca. 10 cm fra hinanden. I bilag B kan der læses mere om arbejdsdatasættet. Her fremgår det bl.a., at der har været nogle problemer med satellit 27. De følgende resultater er derfor dels blevet foretaget med satellit 27, og dels hvor satellit 27 er blevet udeladt. Float- og fixedløsningerne er beregnet ud fra dobbeltdifferenser, der endnu ikke er korrigeret for cycleslip. Resultaterne danner derved et efterfølgende sammenligningsgrundlag for, hvor stor betydning cycleslip-korrektion har.

Parameter		Afvigelse	Leica float	Leica fixed
Periodekonstant afrunding = 1 bølger	Med	Plan	4,265	4,243
	Sat 27	Højde	9,082	9,053
	Uden	Plan	0,024	0,008
	Sat 27	Højde	-0,013	-0,013

Figur 6.5 – Afvigelsen mellem referencepunktet og det beregnede punkt [Leica arbejdsdata]

Det ses tydeligt af figur 6.5, at der er problemer med satellit 27 for Leica-dataene. Hvis satellitten medtages er afvigelsen¹⁰ mellem rover punktet og referencepunktet på henholdsvis 4 og 9 meter i planet og højden, mens den falder til 0,008m – 0,013m, hvis satellit 27 udlades. Af figur 6.6 ses det ligeledes, at når satellit 27 medtages, er der flere af periodekonstanterne, der ikke entydigt ligger ved et heltal. Mens periodekonstanterne ligger tættere ved et heltal, efter satellit 27 er sorteret fra.

¹⁰ Eftersom arbejdstesten blot består af et enkelt datasæt, kan der ikke beregnes spredninger for positionsbestemmelsen. I stedet benyttes afvigelsen mellem det målte punkt og punktet, der er blevet bestemt som referencepunkt. Herefter omtalt som afvigelsen

Parameter	Sat. Nr.	Leica float	Leica fixed	
Periodekonstant afrunding = 1 bølger	8	10,20	10	
	10	2,08	2	
	Med	19	57,55	57
	Sat 27	21	54,02	54
	26	9,32	9	
	27	36,31	36	
	28	22,57	22	
	8	-11,07	-11	
	10	-3,95	-4	
	Uden	19	-1,12	-1
	Sat 27	21	26,02	26
	26	6,01	6	
	28	6,97	7	

Figur 6.6 – Periodekonstanter før og efter afrunding [Leica arbejdsdata]

Ligesom for Leica-dataene, har satellit 27 også stor betydning for Garmin-dataene. Således forbedres afvigelsen mellem roverpunktet og referencepunkt fra 150m og 322m i henholdsvis planet og højden til 2m og 1m, hvis satellit 27 udlades, se figur 6.7.

Parameter		afvigelse	Garmin float	Garmin fixed
Periodekonstant afrunding = 0,5 bølger	Med	Plan	149,676	149,680
	Sat 27	Højde	321.969	321,944
	Uden	Plan	1,829	1,793
	Sat 27	Højde	0,835	0,837

Figur 6.7 – Afvigelsen mellem "det sande" punkt og det beregnede punkt [Garmin arbejdsdata]

Som det fremgår af figur 6.8 ligger periodekonstanterne ikke entydigt ved et heltal, hverken hvis satellit 27 medtages eller udlades.

Parameter	Sat. Nr.	Garmin float	Garmin fixed	
Periodekonstant afrunding = 0,5 bølger	8	4009220,499	4009220,5	
	10	5942860,076	5942860,0	
	Med	19	751375,060	751375,0
	Sat 27	21	2585251,550	2585251,5
	26	-1316330,972	1316331,0	
	27	6493415,594	6493145,5	
	28	-969981,481	-969981,5	
	8	4008503,968	4008504,0	
	10	5942690,203	5942690,0	
	Uden	19	749303,786	749304,0
	Sat 27	21	2584219,145	2584219,0
	26	-1316461,771	-1316462,0	
	28	-970473,071	-970473,0	

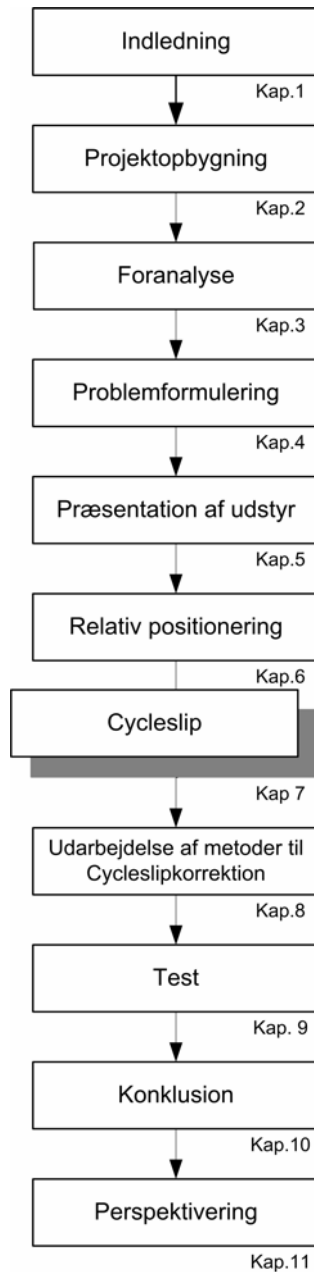
Figur 6.8 – Periodekonstanter før og efter afrunding [Garmin arbejdsdata]

Resultaterne fra denne test viser med al tydelighed, at der skal foretages undersøgelser og bearbejdning af Garmin-data for at forbedre præcisionen.

Beregningerne i dette kapitel er blevet udført vha. en række scripts i MatLab. Peter Cederholm og P. Joosten har stillet flere af de benyttede scripts til rådighed for projektgruppen. Derudover har projektgruppen selv udarbejdet en række scripts. I bilag C findes en oversigt over disse scripts og et diagram, der viser den overordnet programopbygning.

Kapitel 7

Cycleslip

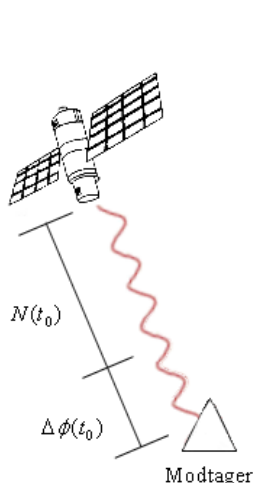


7 Cycleslip

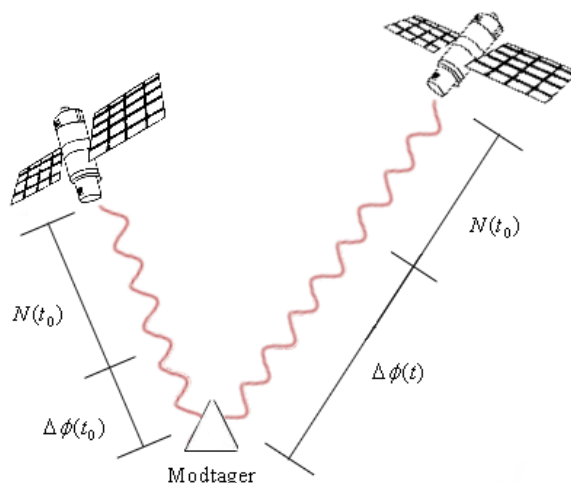
Når en GPS-modtager foretager fasemålinger bestemmes faseforskellen mellem den observerede bærebølge fra satellitten og en genereret kopi i modtageren. Når denne faseforskel er bestemt vil modtageren derefter løbende holde styr på antallet af hele bølgelængder siden opmålingens start. Hvis antallet af bølgelængder mellem satellit og modtager skal være korrekt, skal periodekonstanten antage en korrekt værdi ved opmålingens start. Dette er dog ikke muligt, og derfor tildeler modtageren en tilfældig værdi til periodekonstanten. Denne tilfældige værdi for periodekonstanten bliver senere udskiftet med en korrekt værdi ved beregning af positionen jf. forrige kapitel. [Xu, 2003, s.35]

7.1 Hvad er et cycleslip?

For at illustrere sammenhængen mellem den målte faseforskel, antallet af hele bølger siden opmålingens start og periodekonstanten er en fasemåling mellem en modtager m og en satellit i vist i figur 7.1 og figur 7.2.



Figur 7.1 – observation ved opmålingens start



Figur 7.2 – observation ved senere tidspunkt

Figur 7.1 viser, at antallet af bølgelængder mellem satellitten og modtageren ved opmålingens start består af den aktuelle faseforskel og periodekonstanten, som er ukendt, og derfor tildeles en tilfældig værdi. Den geometriske afstand ved opmålingens start kan udtrykkes ved følgende formel, hvor faseforskellen og periodekonstanten er ganget med λ for omregning fra bølger til meter.¹¹ [Hofmann-Wellenhof et al., 2001, s. 88 - 89],[Dueholm et al., 2005, s. 65 - 68]

$$\rho_m^i(t_0) = \lambda \Delta \phi_m^i(t_0) + \lambda N_m^i(t_0)$$

¹¹ For overskuelighedens skyld er der set bort fra fejlbidragene

hvor ρ_m^i er den geometriske afstand mellem modtager m og satellit i til t_0
 $\Delta\phi_m^i$ er faseforskellen mellem bærebølgen fra satellitten og den genererede kopi i modtageren
 til tiden t_0
 N_m^i er periodekonstanten
 λ er bølgelængden

I figur 7.2 er samme satellit og modtager vist ved en senere tidspunkt. Det fremgår af figuren, at periodekonstanten ikke har ændret sig siden opmålingens start, men der er derimod sket en ændring ved leddet $\Delta\phi_m^i$. Den geometriske afstand til tiden t kan udtrykkes således¹²:

$$\rho_m^i(t) = \lambda\Delta\phi_m^i(t) + \lambda N_m^i(t_0)$$

hvor leddet $\Delta\phi_m^i$ nu indeholder den aktuelle faseforskel samt antallet af hele bølger siden tiden t_0 . N_m^i er samme periodekonstant som ved opmålingens start. Det er dog kun så længe, der er kontakt mellem modtager og satellit, at periodekonstanten forbliver uændret. Hvis modtageren mister forbindelsen til en satellit kortvarigt, vil der opstå fejl i den løbende optælling af hele bølgelængder. Det er netop denne fejl i den løbende optælling af hele bølgelængder, der kaldes cycleslip. Når der er sket et cycleslip, vil det vise sig som et spring i alle efterfølgende observationer. En korrektion af cycleslippet kræver således, at alle efterfølgende observationer korrigeres med cyclesliprettelsen. [Satellite Navigation and Positioning Lab, WWW, 1999],[Hofmann-Wellenhof et al., 2001, s. 88 - 89],[Dueholm et al., 2005, s. 65 - 68]

Der er flere årsager til, at der sker cycleslips. De mest almindelige årsager til cycleslips ved geodætiske modtagere er afbrydelser af signalet på grund af træer, bygninger og broer. Cycleslips kan også skyldes problemer med signalet fra satellitten på grund af atmosfæriske forstyrrelser, multipath, lavtstående satellitter, hurtig bevægelse af modtageren eller fejl i modtagerens software. Et cycleslip kan ligeledes skyldes fejl i satellitterne, men dette ses sjældent. Cycleslips sker uafhængigt fra satellit til satellit, og det er ikke ualmindeligt, at der sker 1-2 cycleslips af længere varighed ved en times opmåling. Projektgruppen har gennem arbejdet med Garmin-modtageren erfaret, at cycleslips ved denne modtager kan opstå mere eller mindre tilfældigt. [Hofmann-Wellenhof et al., 2001],[Satellite Navigation and Positioning Lab, WWW, 1999],[Dueholm et al., 2005]

¹² Igen uden at der er taget hensyn til fejlbidragene

7.2 Metoder til reparation af cycleslip

Inden en position beregnes bør de indsamlede data undersøges for cycleslip. Hvis det viser sig, at der er sket cycleslips under dataindsamlingen er der to muligheder for at tage højde for dette. Enten kan en ny periodekonstant beregnes, eller cycleslippet kan repareres. Uanset hvilken af de to løsninger, der vælges, skal det først undersøges, om der er cycleslips i den indsamlede data, og i det følgende vil nogle metoder blive præsenteret.

Påvisningen af cycleslips drejer sig om at lokalisere de steder i de indsamlede data, hvor der sker spring i observationerne. Der er flere teststørrelser, som kan benyttes, når det skal undersøges, om der er sket cycleslip under dataindsamlingen:

- Rå faseobservationer,
 - Kombinationer af faseobservationer fra L1 og L2
 - Kombinationer af fase- og kodeobservationer.
 - Kombinationer af fase- og integrerede dopplerobservationer
- [Hofmann-Wellenhof et al., 2001, s.205-206]

Disse teststørrelser kan benyttes til at finde cycleslips ved at sammenligne ændringen i værdierne mellem epokerne. Teststørrelsen som indeholder kombinationer af faseobservationer fra bærebølgerne L1 og L2 kræver selvfølgelig, at de indsamlede data indeholder observationer fra begge frekvenser. Når dataindsamlingen er foregået med to modtagere er det muligt at beregne yderligere teststørrelser ved at danne enkelt, dobbelt- og tripeldifferenser, som beskrevet i bilag A. Når kombinationer af fase- og kodeobservationer benyttes, skal man være opmærksom på, at støjniveauet for kodeobservationer er højere end ved faseobservationer, og derfor egner denne teststørrelse sig kun til at finde større cycleslips. [Xu, 2003, s.151] , [Hofmann-Wellenhof et al., 2001, s.205-206]

Når det er valgt, hvilken teststørrelse, der skal undersøges for cycleslip, er der en række metoder, der kan anvendes. I figur 7.3 ses en oversigt over nogle metoder, som kan benyttes, når det skal undersøges, om der findes cycleslip, eller hvor stort det pågældende cycleslip er.

Metode
Polynomium af lavere grad
Kalmanfilter
Differens
Andre sensorer

Figur 7.3 – Metoder til påvisning og bestemmelse af størrelsen af cycleslips.

[Hofmann-Wellenhof et al., 2001 s. 208-212]

Ved metoden *polynomium af lavere grad* benyttes polynomier til at påvise og reparere cycleslips. Når metoden anvendes til at påvise cycleslip dannes polynomier, som følger den valgte teststørrelse. De steder, hvor der er afvigelser mellem de oprindelige data, og det dannede polynomium kan uoverensstemmelsen være forårsaget af cycleslips. Når cycleslippets størrelsen efterfølgende skal bestemmes, kan et polynomium dannes på hver side af cycleslipet. Cycleslippets størrelse findes ved at bestemme, hvor stor forskydning, der er mellem de to polynomier.

En anden mulighed for at påvise cycleslips er at anvende et *kalmanfilter*. Ved denne metode forudsiges værdien for den følgende epoke. Forskellen mellem den forventede og den faktiske værdi benyttes til at påvise cycleslips. Denne metode benyttes ofte ved kinematiske faseobservationer.

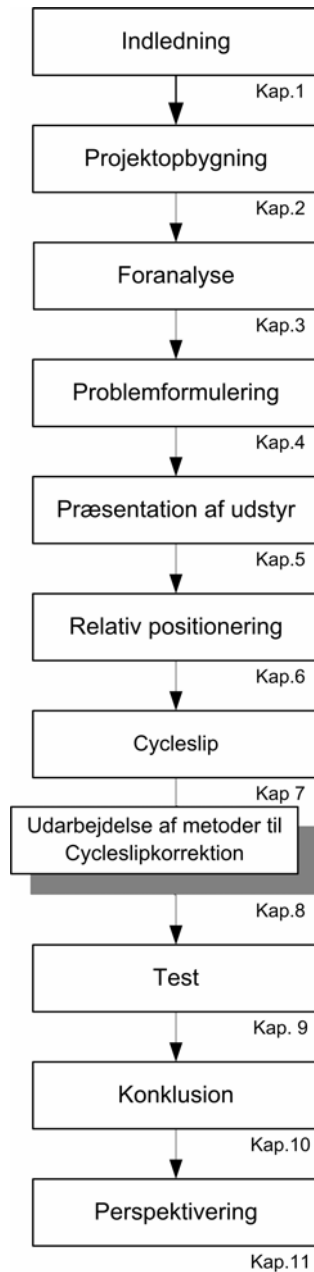
Den tredje metode er *differensmetoden*. Som navnet siger, er omdrejningspunktet i denne metode, at cycleslips påvises vha. differenser. Differenserne dannes ved at trække enkelt- dobbelt- eller trippeldifferenser fra hinanden. Under dannelsen af differenser bliver forandringer i teststørrelserne forstørret, og dermed er der større chance for at finde dem.

Ved den sidste metode benyttes *andre sensorer* til at undersøge, om der sker cycleslips under opmålingen. Dette kunne f.eks. være en INS, som registrer ændringer i positionen, som kan sammenlignes med de ændringer, der er registreret med GPS.

[Hofmann-Wellenhof et al., 2001], [Satellite Navigation and Positioning Lab, WWW, 1999]

Kapitel 8

Udarbejdelse af metoder til cycleslipkorrektion



8 Udvikling af metoder til cycleslipkorrektion

I dette afsnit vil der blive redegjort for de metoder til påvisning og reparation af cycleslip, som projektgruppen har valgt at arbejde videre med. Det er valgt at tage udgangspunkt i de to overordnede metoder *differens* og *polynomium af lavere grad*. I det følgende afsnit vil udarbejdelsen af tre metoder blive beskrevet, hvor to af dem hører under *polynomium af lavere grad*. De tre metoder er af projektgruppen kaldt følgende:

- **Differensmetoden**
- **Polynomiumsmetoden**
- **Cossermetoden**

Hver metode vil blive yderligere beskrevet i senere afsnit, og derfor vil de kun kort blive introduceret her. De første to metoder hører, som navnene antyder, under kategorierne *differens* og *polynomium af lavere grad*, som blev ganske kort introduceret i sidste kapitel. De vil derfor ikke blive beskrevet yderligere her. Derimod kræver Cosser-metoden lidt forklaring. Metoden er udarbejdet ved Universitet i Nottingham af Emily Cosser ved arbejde med billige Garmin-modtagere. Ved denne metode forudsiges værdien for dobbeltdifferensen til en epoke ved fremskrivning af de tre foregående epoker. Hvis der ikke er overensstemmelse mellem den fremskrevne og den faktiske værdi, er et cycleslip blevet lokaliseret. Metoden baserer sig i høj grad på polynomiumsmetoden, da fremskrivningen af de foregående epoker foretages som enten 1. eller 2. grads polynomium.

For alle tre metoder skal der vælges en testsstørrelse. Projektgruppen har for alle tre metoder valgt dobbeltdifferenser som teststørrelsen. Dobeltdifferenser har den fordel frem for faseobservationer, at en række fejlbidrag er elimineret – såsom modtagernes urfejl.

I de følgende tre afsnit vil de tre metoder blive beskrevet. Hvert afsnit vil bestå af teori og inddragelse af projektgruppens egne erfaringer under udarbejdelsen. Denne opbygning er valgt, fordi cycleslipkorrektion ikke er detaljeret beskrevet i lærebøgerne, og det derfor anses for fornuftigt at vise, hvordan metoderne er udarbejdet. Ved afslutningen af hvert afsnit vil den pågældende metode blive testet ved hjælp af det arbejdsdatasæt, som er beskrevet i bilag B.

8.1 Differensmetoden

Dette afsnit vil beskrive, hvordan differensmetoden er blevet udarbejdet i dette projekt. Beskrivelsen vil blive illustreret med eksempler fra det arbejde projektgruppen har foretaget i MatLab for automatisk at korrigerer cycleslips. De to arbejdsdatasæt, der har været benyttet til at teste differensmetoden indeholdt, som beskrevet i bilag B, data af varierende karakter. Specielt var der problemer med huller i Garmin-datasættet. Med huller menes der, at der i mindst ét tilfælde var epoker uden data fra en eller flere satellitter, som hidtil og efterfølgende blev benyttet i udregningerne. I bilag B illustreres dette yderligere.

Afsnit vil være opbygget sådan, at cycleslipkorrektionen først bliver gennemgået for data uden huller. Herefter vil det blive beskrevet, hvorledes problemet med huller i datasættet, er forsøgt løst.

8.1.1 Differens metoden – data uden huller

Differens-metoden kan benyttes for flere typer teststørrelser. I dette projekt anvendes dobbelt- og tripeldifferenser. Af figur 8.1 ses princippet bag differensmetoden. Figuren viser syv på hinanden følgende epoker, hvor første kolonne viser tidspunktet for de syv epoker. Anden kolonne indeholder dobbeltdifferenserne. I kolonne to ses endvidere, at der mellem epoke 31 og 32 er opstået et cycleslip, ε . Cycleslipet bliver tydeligt lokaliseret og identificeret i kolonne 3, som består af tripeldifferenserne. I kolonne fire bliver der yderligere dannet differenser af tripeldifferenserne og denne proces fortsætter for kolonne fem og seks.

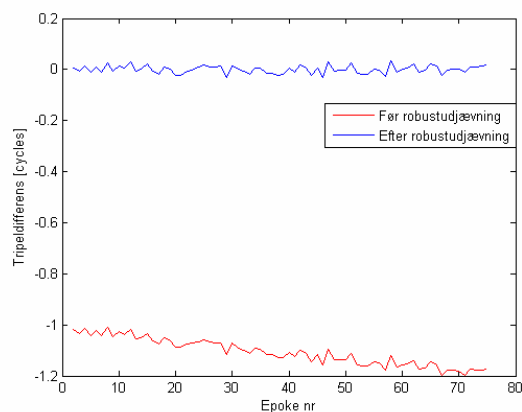
ti	DD	TD ¹	TD ²	TD ³	TD ⁴
t ₂₉	$f(t_{29})$	$f'(t_{29})$			
t ₃₀	$f(t_{30})$	$f'(t_{30})$	0	ε	
t ₃₁	$f(t_{31})$	$\varepsilon + f'(t_{31})$	ε	-2ε	-3ε
t ₃₂	$\varepsilon + f(t_{32})$	$f'(t_{32})$	$-\varepsilon$	ε	3ε
t ₃₃	$\varepsilon + f(t_{33})$	$f'(t_{33})$	0	0	$-\varepsilon$
t ₃₄	$\varepsilon + f(t_{34})$	$f'(t_{34})$	0		
t ₃₅	$\varepsilon + f(t_{35})$				

Figur 8.1 – Differensmetoden. Inspireret af [Hofmann-Wellenhof et al., 2001, s. 209]

hvor t_i er epoketidspunktet
 DD er dobbeltdifferenser
 TD^1 er tripeldifferenser
 TD^2 er differenser af tripeldifferenser
 TD^3 er differenser af TD^2
 TD^4 er differenser af TD^3
 $f(t_i)$ er en funktion, der kan afbillede kurven igennem cycleslipfrie dobbeltdifferenserne.
 $f'(t_i)$ er differensen mellem $f(t_{i+1}) - f(t_i)$. Den indeholder dog ikke cycleslipbidraget

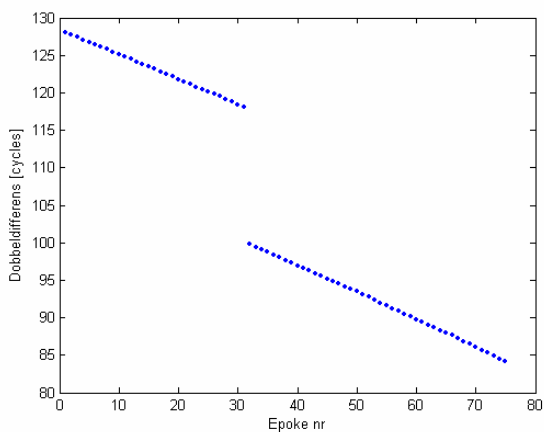
I dette projekt er de tre sidste kolonner ikke blevet benyttet i databearbejdningen. De er blevet fravalgt af flere grunde. Hovedårsagen er, at hvis der opstår to cycleslip i træk vil de enkelte cycleslip ikke kunne identificeres korrekt, da dataene bliver mere og mere korrelerede jo flere differenser, der dannes. Det ses af kolonne 4-

6, at epoker uden cycleslip ikke vil være påvirket af $f'(t_i)$, som tripeldifferenserne i kolonne 3 er det. Dette har projektgruppen imidlertid løst vha. robust udjævning af tripeldifferenserne, eksempel på effekten af den robuste udjævning ses på figur 8.2. Vha. den robuste udjævning bestemmes de ubekendte parametre til den funktion, der beskriver tripeldifferenserne. I eksemplet fra figur 8.2 er funktionen tilnærmelsesvis linear, den skære y-aksen omkring $y = -1$, og hældningen er svagt faldende over tid. Når den lineare funktions parametre er bestemt, kan tripeldifferenserne transformeres til $y = 0$. Fordelen ved robust udjævning frem for mindste kvadraters udjævning er, at store udsving i tripeldifferenser (cycleslips) ikke har indflydelse på bestemmelsen af funktionens parametre. Efter at transformationen af tripeldifferenserne er foretaget, vil cycleslips kunne aflæses som et udsving i tripeldifferenserne. Hvis tripeldifferensen får en værdi af ± 1 bølge er det udtryk for, at Leica-dataene er påvirket af et enkelt cycleslip, mens en tripeldifferensværdi på $\pm 0,5$ bølge for Garmin-dataene er udtryk for et cycleslip. I resten af kapitlet vil kun tripeldifferenser, hvor den robuste udjævning er foretaget blive omtalt.

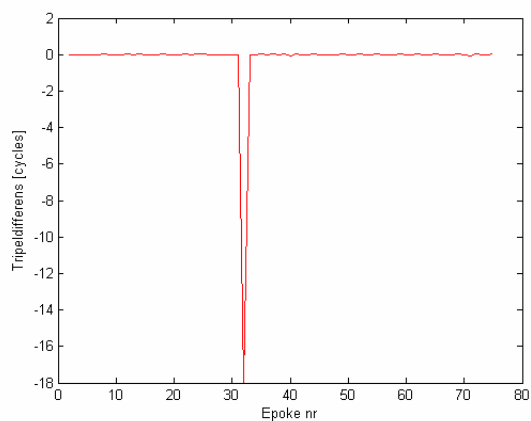


Figur 8.2 – Tripeldifferens (sat. 28 og ref. sat) før og efter robustudjævning. [Leica arbejdsdata]

Af figur 8.1 ses det, at der til epoke 32 opstår et cycleslip, hvorfor dobbeltdifferenserne til epoke 32 og de resterende epoker vil danne en ny kurve, der er parallelforskydet i forhold til den tidligere, se figur 8.3. Denne procedure vil fortsætte for hver gang, der opstår et cycleslip. I figur 8.4 ses de tilsvarende tripeldifferenser. Her ses det tydeligt, at cycleslipet er på 18 bølger.



Figur 8.3 – Dobbeldifferenser mellem sat 27 og reference satellit. [Leica arbejdsdata]



Figur 8.4 – Tripeldifferenser mellem sat 27 og reference satellit. [Leica arbejdsdata]

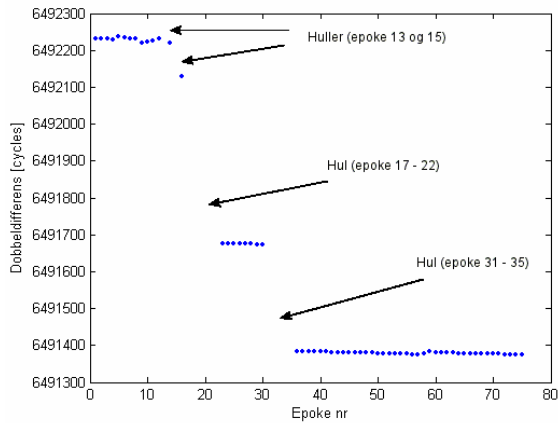
Når cycleslippets størrelse er fundet, kan korrektionen foretages. Der er flere måder, hvorpå dette kan gøres. Hvis det ønskes, at rå-dataene skal korrigeres, skal der foretages yderligere undersøgelser af, hvor cycleslippet opstod. Slippet kan således være opstået fire forskellige steder.

- Mellem rover og referencesatellit (satellit 29)
- Mellem rover og satellit 27
- Mellem master og referencesatellit
- Mellem master og satellit 27

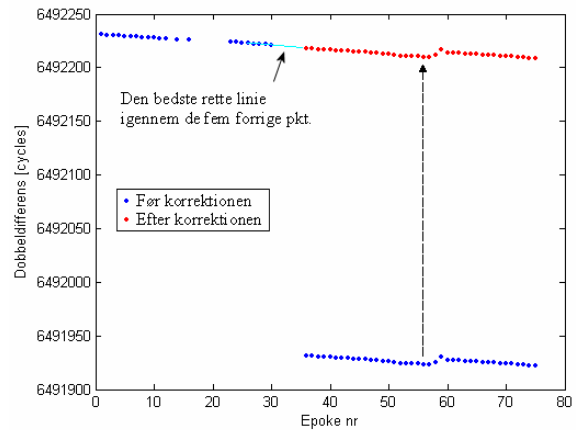
Projektgruppen har imidlertid valgt at korrigerer for cycleslips uden hensyntagen til, hvor cycleslippet oprindeligt er opstået. Hvis der f.eks. er fundet et cycleslip på f.eks. 18 bølger, bliver alle berørte dobbeltdifferenser korrigeret med 18 bølger. Ved denne metode forbliver rådataene fejlbehæftede, da dobbeltdifferenserne udelukkende bliver korrigeret. Det er imidlertid også tilstrækkeligt at rette dobbeltdifferenserne, da GPS-positioneringen netop foretages ved brug af dobbeltdifferenserne.

8.1.2 Differensmetoden – data med huller

Som beskrevet i bilag B har arbejdsdataene fra satellit 27 for Garmin-modtageren været af varierende karakter. Udover at datasættet indeholder en del cycleslips, er der også epoker, hvor der slet ikke er data til satellitten. Der er således fire huller, hvoraf de tre første huller efterlader epoke 14 og 16 uden naboepoker, se figur 8.5.



Figur 8.5 - Dobbeltdifferenser mellem sat 27 og reference satellit. [Garmin arbejdsdata]



Figur 8.6 - Dobbeltdifferenser mellem sat 27 og reference satellit. Figuren illustrer korrektionen ved epoke 36 [Garmin arbejdsdata]

Differens-metoden kan ikke håndtere huller i datasættet. Det har derfor været nødvendigt at udbygge metoden for at kunne håndtere hullerne.

En metode ville være at bestemme en ny periodekonstant til dataene, der kommer efter et hul. Dette kræver imidlertid, at der er tilstrækkeligt med data til at bestemme en ny periodekonstant. Epoke 14 og 16 skal derfor sorteres fra, dette er måske også fornuftigt nok, da målingerne virker noget ustabile i dette tidsrum.

Den løsning som projektgruppen har valgt, er at ekstrapolere første epoke efter et hul ud fra de fem foregående epoker, se figur 8.6. Differensen mellem den ekstrapolerede epokes værdi og den målte epokes værdi vil herefter være udtryk for størrelsen af et muligt cycleslip, se figur 8.7. Tallene fra figur 8.7 udgør blot et udsnit af de data, der er benyttet til at lave figur 8.6.

Epoke	Cycles
26	6492222,691
27	6492222,368
28	6492222,017
29	6492221,632
30	6492221,338
36	6491931,067
Ekstrapolerede epoke 36	6492219,305

Figur 8.7 – Dobbeltdif. fra seks epoker samt den ekstrapolerede dobbeltdifferens til epoke 36.

I forbindelse med ekstrapolationen af punkt 36 er der blevet foretaget en udjævning på de fem foregående epoker. Vha. udjævningen findes den bedste rette linie igennem punkt 26 - 30. Herefter kan punkt 36 fremskrives ved følgende formel

$$f(t_i) = a \cdot t_i + b$$

$$f(36) = -0.339 \cdot 36 + 6492231,504 = 6492219,305$$

Cycleslippet bliver herefter:

$$Slippet = 6491931,067 \text{cycles} - 6492219,305 \text{cycles} = -288.24 \text{cycles}$$

Det antages, at dataene over korte intervaller er lineære. Der er naturligvis grænser for hvor store huller, der kan accepteres, og det hul på blot fem epoker, som er eksemplificeret ovenfor, er måske for stort. I hvert fald ses det, at cycleslippet får en størrelse på -288.24 bølger. Dvs. at cycleslippet i dette tilfælde bliver afrundet til -288,0 bølger, hvor det ligeså godt kunne være blevet afrundet til -288,5 bølger.

Det er problematisk, at ekstrapolationen ikke tydeligt viser, hvor stor størrelsen af cycleslippet er. Dermed er der noget, som tyder på, at der efter en ekstrapolation af dobbeltdifferenserne er en risiko for, at en del af cycleslippet stadig eksisterer.

Ved anvendelse af fejlforplantningsloven kan spredningen til punkt 36 udregnes. Til det skal der benyttes inputmatricerne: A-, b- og J-matricen – C-matricen kan udlades, da alle observationer er vægtet ens.

$$A = \begin{bmatrix} 26 & 1 \\ 27 & 1 \\ 28 & 1 \\ 29 & 1 \\ 30 & 1 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 6492222,691 \\ 6492222,368 \\ 6492222,017 \\ 6492221,632 \\ 6492221,338 \end{bmatrix} \quad J = [36 \quad 1]$$

Efter udjævning kan kovariansmatricen udregnes. Denne er sammen med J-matricen inputtet i den generelle fejlforplantningslov.

$$\Sigma_x = \hat{\sigma}_0^2 \cdot (A^T \cdot A)^{-1} \quad \sigma_{36}^2 = J \cdot \Sigma_x \cdot J^T$$

I dette tilfælde er punkt 36 bestemt med en spredning på 0,06 bølger. Umiddelbart tyder det altså på, at ekstrapolationen fungerer godt. Spredning skal dog ses i sammenhæng med, at punkt 26 – 30 ikke er påvirket af meget støj, se figur 8.5. Projektgruppen har derfor også beregnet spredningen af punkt 23. Her er ekstrapolationen baseret på punkter med mere støj. Spredningen bliver i dette tilfælde på 0,21 bølger. Heraf ses det, at ekstrapolation ikke kan foretages fuldstændig ukritisk. Det bør derfor overvejes, hvor mange epoker der med rimelig-

hed kan ekstrapoleres over. Ekstrapolation over flere epoker, kan desuden være problematisk, da dobbeltdifferenser ofte følger en lineær funktion i korte tidsrum, men ikke nødvendigvis over længere tidsrum. Problemet ville slet ikke opstå, hvis der efter hvert datahul blev beregnet en ny periodekonstant. Projektgruppens strategi har dog fra start været at rette alle cycleslips. Først for sent er det erfaret, hvor store problemer datahuller giver for de udarbejdede cycleslipmetoder. Af tidsmæssige årsager er det ikke fortsat at udarbejde metoden, hvor der bestemmes nye periodekonstanter.

8.1.3 Resultater

Dette afsnit vil indeholde en præsentation af differensmetodens indflydelse på præcisionen af de beregnede positioner. Afsnittet behandler Leica-data i det tilfælde, hvor satellit 27 er medtaget i beregningerne samt i det tilfælde, hvor satellit 27 er udeladt af beregningerne. For Garmin-dataenes vedkommende vil der også blive skelnet mellem om satellit 27 er med i beregningen eller om den er udeladt. Garmin-dataene bliver desuden undersøgt i forhold til følgende to parametre

- Cycleslipgrænsen (0,35 bølge / 0,5 bølge)
- Cycleslipafrundingen (ingen / 0,5 bølge)

Cycleslipgrænsen er den grænseværdi, der skal overskrides af tripeldifferenserne før der er tale om et cycleslip. Hvis grænseværdien overskrides, vil et cycleslip være lokaliseret, og størrelsen af slippet skal bestemmes. Projektgruppen har forsøgt sig med en grænseværdi på både 0,35 bølge og 0,5 bølge. Oprindeligt var det meningen at sætte grænseværdien til 0,5 bølge. Det ville imidlertid være for skrap en grænse, når tripeldifferenser på f.eks. 0,48 ikke skulle behandles som et cycleslip. Projektgruppen har derfor forsøgt sig frem, og fundet frem til, at en grænse på 0,35 finder alle cycleslips for pilotdatene.

Når der for Garmins tilfælde er påvist et cycleslip, skal det afrundes til den nærmeste halve bølgelængde. Projektgruppen har imidlertid også forsøgt sig med at korrigere dobbeltdifferenserne uden at afrunde tripeldifferensværdier. Forsøget skulle gerne give en indikation af afrundings betydning for den beregnede positions præcision.

Leica

Figur 8.8 viser testen med Leica-data. Parametrene er i denne test sat til 1 bølge, da Leica-modtagere arbejder i hele cycles. Det ses af figur 8.8, at der ingen forskel er på de to fixed-løsninger (henholdsvis med eller uden satellit 27). Det er dog kun løsningen med satellit 27, der indeholder cycleslips.

Parametre		Afvigelse	Leica float	Leica fixed	Cycleslip
Cycleslip grænse = 1 bølge.	Med	Plan	0,033	0,002	1 cycleslips
Cycleslip afrunding = 1 bølge	Sat 27	Højde	-0,046	-0,013	
	Uden	Plan	0,025	0,002	0 cycleslips
	Sat 27	Højde	-0,013	-0,013	

Figur 8.8 – Differensmetoden testet. Bemærk uden cycleslip kommer differensmetoden ikke i anvendelse.

Støjniveauet på dobbeltdifferenserne kan fortælle, hvor godt cycleslipkorrektionen er gået, ligesom den kan give et generelt billede af modtagerens hardware og software-kvalitet. Af figur 8.9 ses residualplotet til satellit 8. Plottet anses for at være repræsentativt for alle Leica-arbejdsdataenes residualplots. I bilag D findes desuden residualplots for alle satellitterne.

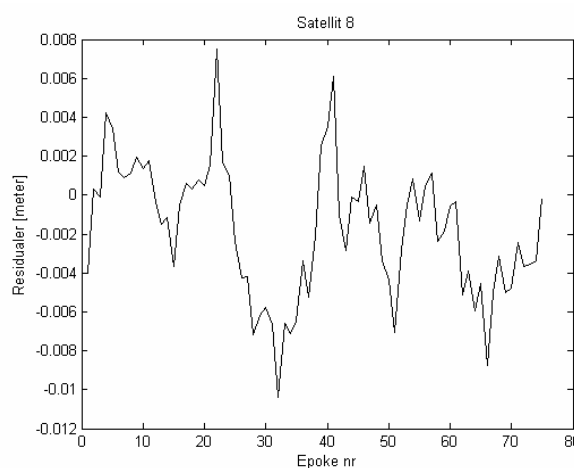
Spredningen for en dobbeltdifferens giver i denne udjævning $0,0047m^{13}$. Hvis det antages at de fire faseobservationerne, der danner dobbeltdifferensen, er bestemt med samme spredning, bliver spredningen for en faseobservation.

$$\sigma_{dobbeldif}^2 = 4 \cdot \sigma_{faseobs}^2 \Leftrightarrow$$

$$\sigma_{faseobs}^2 = \frac{\sigma_{dobbeldif}^2}{4} \Leftrightarrow$$

$$\sigma_{faseobs} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_{dobbeldif} \Rightarrow$$

$$\sigma_{faseobs} = \frac{1}{2} \cdot 0,0047m = 0,0024m$$



Figur 8.9 – Residualplot for dobbeltdifferensen (sat. 8 og ref. sat.) fra den fixedløsning [Leicaarbejdsdata]

Selvom differensmetoden umiddelbart ser ud til at virke fint, er der i Leicadataene kun et enkelt cycleslip. Differensmetoden kommer således kun i anvendelse en enkelt gang. Differensmetoden kommer derimod i større anvendelse for Garmin-dataene, da disse data indeholder en del flere cycleslips. Af sidste kolonne i figur 8.10 ses det, at differensmetoden finder mellem 11 og 27 cycleslips alt efter valg af parametre.

¹³ Spredningen for en dobbeltdifferens er lig med spredningen på vægtenheden fra den fixedløsnings udjævning af dobbeltdifferenserne. Dette er en rimelig antagelse, hvis der er forholdsvis mange observation sammenholdt med antallet af ubekendte i udjævningen.

Parametre		afvigelse	Garmin float	Garmin fixed	Cycleslip
1. kombination	Med	Plan	0,070	0,091	26
Cycleslip grænse =0,5 bølge.	Sat 27	Højde	-0,193	-0,192	cycleslips
Cycleslip afrunding = 0,5 bølge	Uden	Plan	0,134	0,079	11
	Sat 27	Højde	0,109	0,212	cycleslips
2. kombination	Med	Plan	0,100	0,083	27
Cycleslip grænse =0,35 bølge.	Sat 27	Højde	-0,205	-0,210	cycleslips
Cycleslip afrunding = 0,5 bølge	Uden	Plan	0,030	0,035	12
	Sat 27	Højde	0,119	0,126	cycleslips
3. kombination	Med	Plan	0,095	0,076	27
Cycleslip grænse =0,35 bølge.	Sat 27	Højde	-0,088	-0,189	cycleslips
Cycleslip afrunding = ingen afrunding	Uden	Plan	0,026	0,032	12
	Sat 27	Højde	0,081	0,134	cycleslips

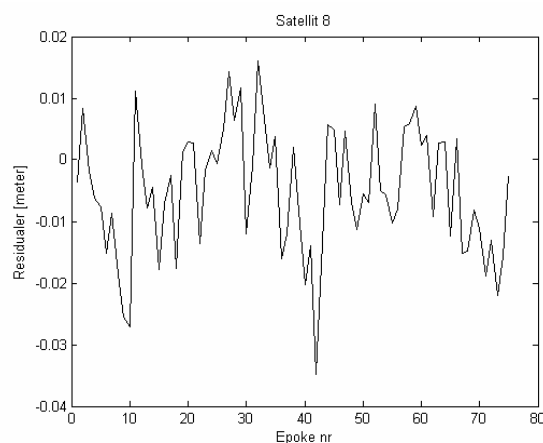
Figur 8.10 – Differensmetoden testet med Garmin-arbejdsdata

Af figur 8.10 ses resultaterne ved de forskellige parametre. Selv om der er små variationer i afvigelserne alt efter hvilke parametre, der vælges, er afvigelserne generelt på samme niveau. Afvigelserne er dog generelt en smule større i løsninger, hvor satellit 27 er medtaget, end hvor satellit 27 er undladt. Det kunne tyde på, at metoden hvor der ekstrapoleres over datahuller ikke fungerer optimalt. Det ses desuden, at der ved en cycleslipgrænse på 0,35 bølge findes et cycleslip mere end, hvis grænsen sættes til 0,5 bølge. Kombination 3, hvor cycleslips ikke afrundes til hele eller halve bølger, er som den eneste kombination bedre i floatløsningen end i fixedløsningen. Det virker imidlertid heller ikke logisk at afrunde periodekonstanter, når cycleslipkorrektionerne ikke er blevet afrundet.

Af figur 8.11 ses residualplotet til satellit 8. Plottet anses for at være repræsentativt for alle Garmin-residualplots. I bilag D findes residualplots for alle satellitterne.

Den samlede spredning for alle dobbeltdifferenser giver 0,011m. Hvis det antages at faseobservationerne er bestemt med ens spredninger, bliver spredningen for en faseobservation

$$\sigma_{f_{\text{aseobs}}} = \frac{1}{2} \cdot 0,011m = 0,006m$$



Figur 8.11 – Residualplot for dobbeltdifferensen (sat. 8 og ref. sat.) fra den fixedløsning [Garmin-arbejdsdata]

Der er i test af arbejdsdataene ikke nogen af kombinationerne, der skiller sig afgørende ud. Projektgruppen har besluttet sig for at benytte kombination 2 i arbejdet med hovedtesten. Det er gjort, da projektgruppen har en forventning om, at den bedste løsning fås, hvis cycleslips

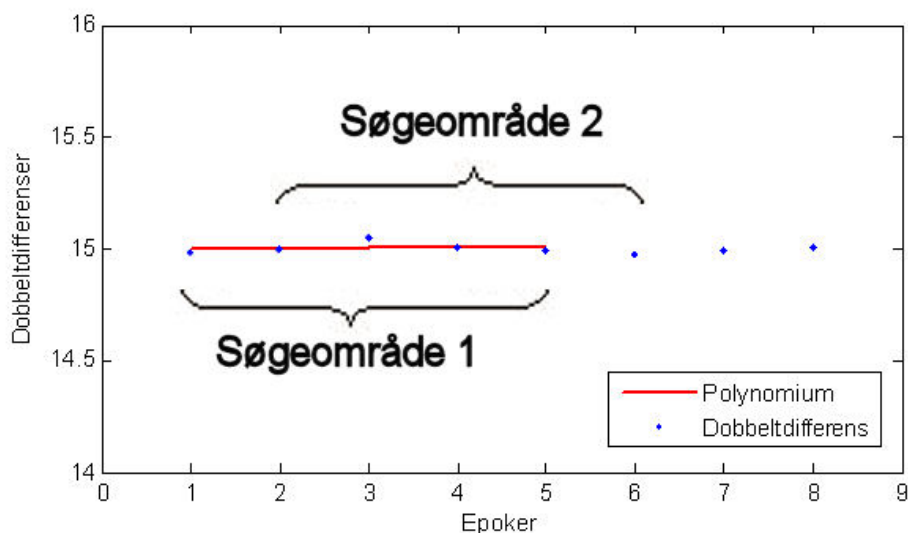
og periodekonstanterne afrundes til halve bølger. Kombination 2 har den fordel frem for kombination 1, at den også finder cycleslips, selvom tripeldifferensværdien kun er på f.eks 0,48. For at få et mere detaljeret indblik i differens-metoden, som den er udarbejdet, er metoden illustreret i bilag E.

8.2 Cycleslipreparation vha. polynomier

I dette afsnit vil det blive beskrevet, hvordan projektgruppen har udarbejdet en metode til at påvise og reparere cycleslips ved benyttelse af polynomier. Metoden består overordnet af to dele, hvor den ene del undersøger om der er cycleslip, og den anden del fortager reparationen. Derfor består dette kapitel ligeledes af to hoveddele, og i løbet af kapitlet vil der blive redegjort for de overvejelser, der er blevet gjort under udarbejdelsen.

8.2.1 Påvisning

Første skridt i behandlingen af cycleslip er lokaliseringen af disse. En mulig tilgang kunne være at beregne et polynomium på grundlag af alle dobbeltdifferenser, og derefter udpege de epoker, hvor der er størst uoverensstemmelse mellem polynomiet og de oprindelige data. Denne fremgangsmåde kunne dog tænkes at volde problemer ved data med mange cycleslips, da det sandsynligvis vil være vanskeligt at bestemme, hvornår afstanden mellem polynomiet og de oprindelige dobbeltdifferenser skyldes et cycleslip.



Figur 8.12 – Princippet bag metoden til påvisning

Der er derfor valgt at undersøge et mindre antal epoker af gangen, for dermed bedre at kunne udpege de steder, hvor der sker cycleslips. Princippet bag denne metode er illustreret i figur 8.12. Ved denne metode dannes et polynomium ud fra et mindre antal dobbeltdifferenserne af gangen. Derefter kan der opstilles et mål for hvor god overensstemmelse, der er mellem polynomiet og de oprindelige værdier, hvilket kan benyttes til at konstatere, om der sker uregelmæssige ændringer, som skyldes cycleslip. Efterfølgende forskydes søgeområdet en epoke,

og beregningerne gentages. Der skal dog træffes nogle valg vedrørende følgende parametre, inden metoden kan anvendes:

- Søgeområdets størrelse (antal epoker)
- Polynomiets grad
- Grænseværdi

Søgeområdets størrelse

Søgeområdets størrelse har indflydelse på, hvor tæt cycleslips kan være placeret og stadig skelnes fra hinanden. Derfor bør søgeområdet ikke være for stort. Samtidigt skal det have en størrelse, der kan give et tilstrækkeligt grundlag for kunne påvise et cycleslip. Ud fra disse betragtninger er det valgt at lade søgeområdet udgøre fem epoker. Ved denne størrelse er det muligt at skelne cycleslips fra hinanden, hvis der er mere end fem epoker mellem dem. Hvis der er mindre end fem epoker mellem to cycleslips vil de blive kategoriseret som *støjpunkter*, hvilket vil blive forklaret yderligere senere i dette afsnit. Samtidigt er området af en sådan størrelse, at det antages, at polynomiet indeholder tilstrækkeligt med punkter til, at uregelmæssige ændringer i dobbeltdifferensen vil blive fundet.

Polynomiets grad

Det er valgt at lade polynomiet være et førstegradspolynomium, da det antages at værdierne i søgeområdets fem epoker er meget tæt på at være linear.

Grænseværdi

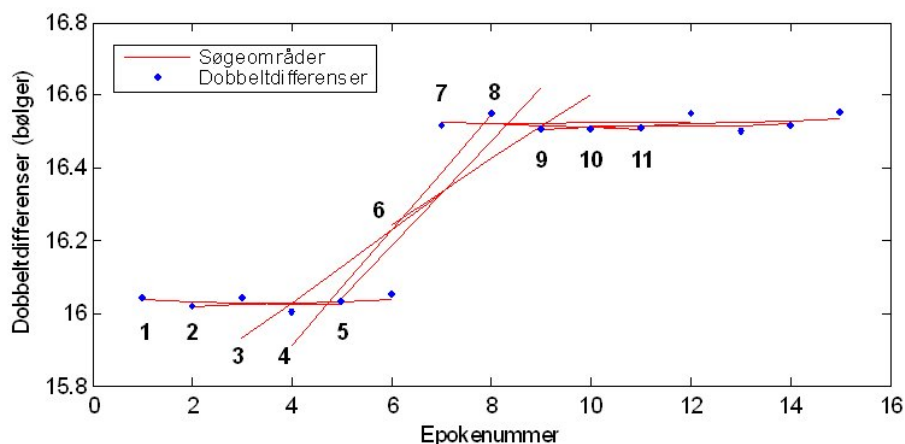
For at kunne afgøre, hvornår der sker cycleslip, skal der defineres et mål for, hvor god overensstemmelse der er mellem det beregnede polynomium og de oprindelige dobbeltdifferenser. Dette skyldes en forventning om, at der er god overensstemmelse mellem polynomium og dobbeltdifferenser, når der ikke sker uregelmæssige spring i observationerne. Dette vil derimod ikke være tilfældet, hvis der sker et spring i dobbeltdifferenserne. Som mål for hvor god overensstemmelse der er mellem polynomium og dobbeltdifferenserne, er det valgt at beregne en spredning for søgeområdet. For hvert søgeområde udregnes en spredning efter følgende formel:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (pol_i - dobbeltdif_i)^2}{n}}$$

hvor pol_i er polynomiets værdi ved epoke i
 $dobbeltdif_i$ er dobbeltdifferensen ved epoke i
 n er antallet af epoker dvs. størrelsen på søgeområdet ($n=5$)

Når spredningerne er blevet beregnet for hvert søgeområde, skal det undersøges, om der har fundet cycleslip sted. For at kunne udpege de søgeområder, som indeholder cycleslips, er det nødvendigt at kunne afgøre, hvornår spredningens størrelse viser, at dette er tilfældet. For at

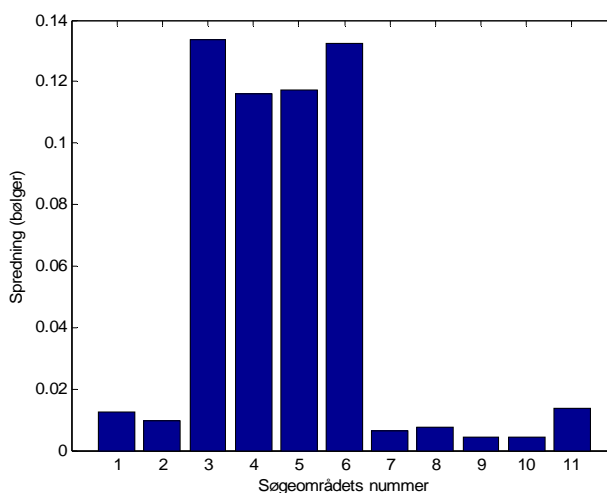
bestemme denne størrelse er testberegninger blevet udført, hvor en række dobbeltdifferenser er blevet generet med et støjniveau på 1 cm. Dette niveau er valgt, da dobbeltdifferensernes spredning blev bestemt til 1 cm i afsnittet om differensmetoden. Midtvejs i disse testdata er et cycleslip indlagt på en halv bølgelængde - et eksempel på en af disse beregninger er vist i figur 8.13.



Figur 8.13 – Testberegning, hvor der er sket et cycleslip på en halv bølgelængde

De røde linier i figuren viser polynomier for hvert søgeområde, og numrene i figuren viser, hvor søgeområderne starter. Da hvert søgeområde strækker sig over fem epoker, er der beregnet 11 søgeområder for at behandle testberegningens 15 epoker.

Spredningerne for søgeområderne fra eksemplet er vist i figur 8.14, hvor søjlernes numre henviser til numrene i figur 8.13. Det fremgår af figuren, at der sker en tydelig forøgelse af spredningen i de søgeområder, der indeholder cycleslippet. Figuren viser derudover, at spredningen i fire søgeområder i træk vil være påvirket af et cycleslip. Dette skyldes, at spredningen er forhøjet ved alle de søgeområder, som indeholder cycleslippet, og da søgeområdets størrelse er fem epoker vil fire søgeområder være påvirket – derudover viser figuren, at spredningen stiger så snart cycleslippet indgår i søgeområdet og falder igen, så snart søgeområdet har passeret cycleslippet.

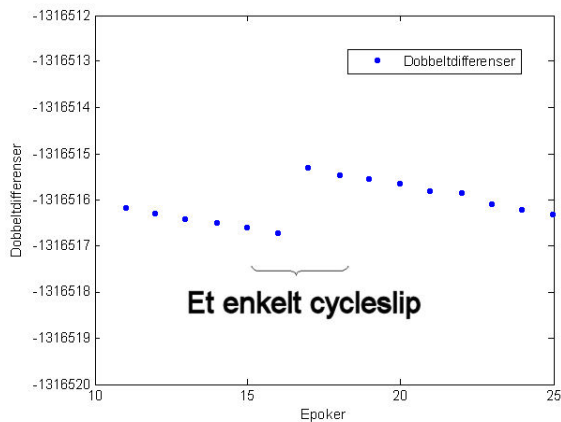


Figur 8.14 – Søgeområdernes spredning

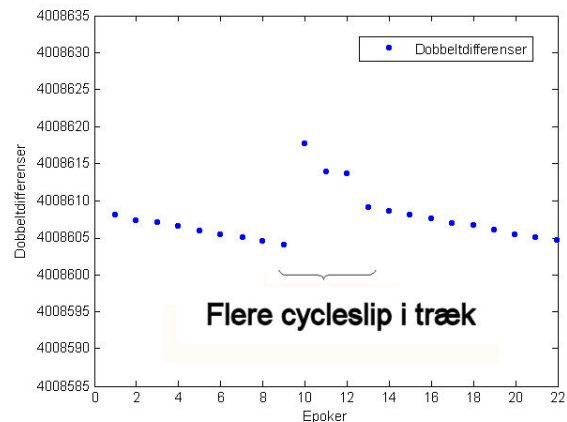
Ved at gentage denne testberegning et stort antal gange har det vist sig, at en grænseværdi på 0.11 egner sig til at påvise cycleslips på halve bølgelængder.

8.2.2 Reparation

Cycleslip sker ikke nødvendigvis kun sker som et enkelt spring i observationerne, hvilket er vist i figur 8.15 og figur 8.16



Figur 8.15 - Et enkelt cycleslip
[Garmin-arbejdsdata]



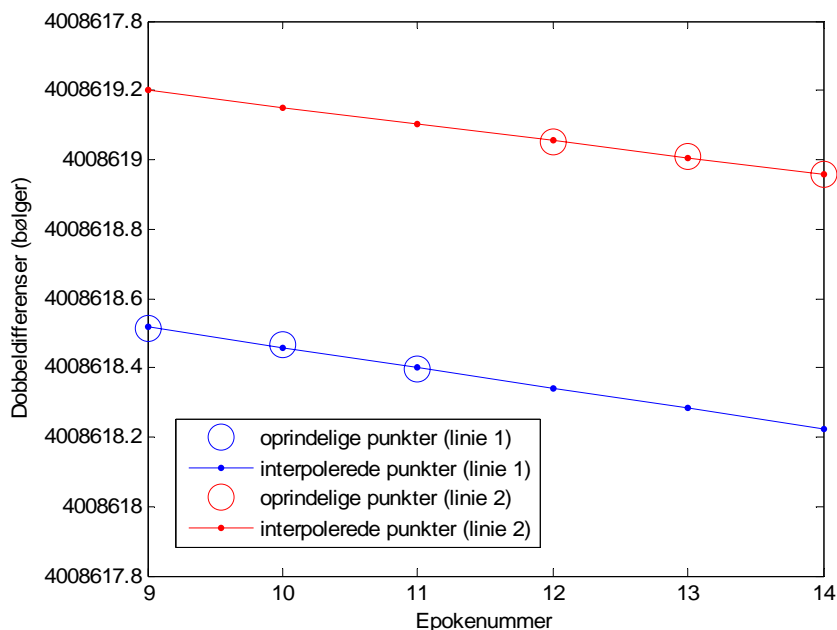
Figur 8.16 - Flere cycleslip i træk
[Garmin-arbejdsdata]

Fremgangsmåden ved reparationen af cycleslips, som i figur 8.15, er at danne et polynomium på hver side af cycleslippet, og derefter bestemme forskydningen mellem linien før og efter slippet. Forskydningen mellem de to linier kan derefter benyttes til at beregne cycleslippets størrelse. Derimod er det ikke muligt at benytte denne fremgangsmåde, når der sker flere cycleslip i træk, som det er vist i figur 8.16. Dette skyldes, at der ikke er punkter nok på hver side af hvert cycleslip til at bestemme polynomier, der benyttes til reparationen.

For at gøre det muligt at reparere cycleslips, uanset om der er sket et eller flere i træk, er det valgt at skelne mellem *rene cycleslip* og *støjpunkter*. Ved *rene cycleslip* menes, at der sker et enkelt spring, hvorefter kurven fortsætter jævnt – som i figur 8.15. Ved *støjpunkter* menes, at der sker flere cycleslip i træk – som i figur 8.16. Da søgeområdet består af fem epoker af gangen er dette også grænsen for, hvor tæt cycleslips kan være placeret og stadig skelnes fra hinanden. Det vil sige, at cycleslips med mindre end fem epokers mellemrum kategoriseres som *støjpunkter*. Under påvisningen vil et cycleslip blive kategoriseres som et *rent cycleslip*, hvis præcis fire søgeområder i træk ligger over grænseværdien (se figur 8.14). Hvis mere end fire søgeområder i træk er over grænseværdien vil der være tale om *støjpunkter*.

8.2.2.1 Rene cycleslip

Ved *rene cycleslips*, som består af et enkelt spring i observationerne, kan reparationen foretages ved at danne polynomier på hver side af cycleslippet. Dette kræver, at der er en række parametre, der lægges fast. Som ved påvisningen af cycleslip drejer det sig om polnomiets grad og antallet af punkter, der skal indgå ved beregningen af polnomiet. Det er valgt at benytte tre epoker på hver side af cycleslippet til at danne de to polynomier, da de dermed strækker sig over seks epoker. Derved antages det, at dobbeltdifferenserne stadig udgør rette linier.



Figur 8.17 – polynomier ved reparation af rene cycleslip [Garmin-arbejdsdata]

I figur 8.17 er de beregnede polynomier vist sammen med de oprindelige dobbeltdifferenser. Det er valgt at beregne førstegradspolynomier, da intervallet har så lille en udstrækning, at dobbeltdifferenserne tilnærmelsesvis danner en ret linie. Forskydningen mellem de to polynomier kan herefter beregnes. Forskydningens størrelse beregnes ved at bestemme den gennemsnitlige forskel mellem de to polynomiers værdier.

$$\text{Middelværdi} = \frac{\sum_{i=1}^n (pol1_i - pol2_i)}{n}$$

Hvor $pol1_i$ er første polynomiums værdi ved epoke i
 $pol2_i$ er andet polynomiums værdi ved epoke i
 n er antallet af punkter i polynomierne ($n=6$)

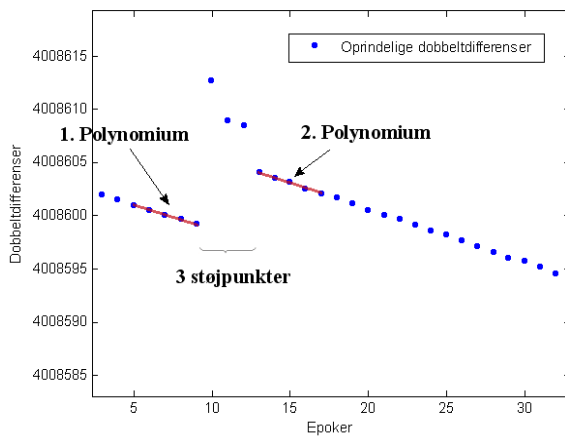
Inden dobbeltdifferenserne reparerer, afrundes middelværdien til nærmeste halve bølgelængde.

8.2.2.2 Støjpunkter

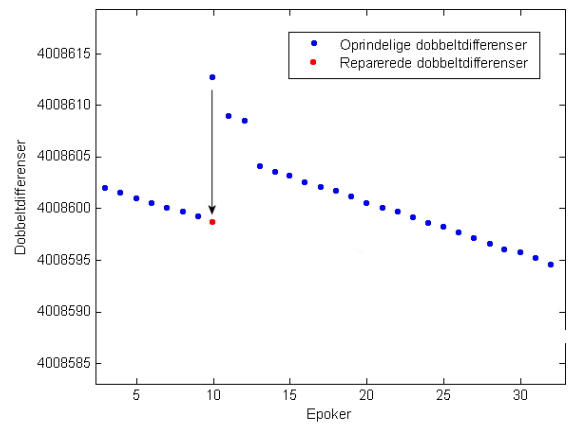
Metoden til reparationen af rene cycleslips kan ikke benyttes, når der sker flere cycleslip i træk. Den overordnede strategi for at reparere disse punkter er at foretage reparationen ét punkt af gangen ud fra et polynomium dannet på den ene side af støjområdet.

For at illustrere, hvordan reparationen af støjpunkter finder sted, er forløbet ved en reparation vist i en række figurer. Første skridt i reparationen er at bestemme, hvilken side støjpunkterne skal reparerer fra. Dette afgøres ved at bestemme et førstegradspolynomium på hver side af støjpunkterne. Dette er vist i figur 8.18. Derefter udvælges det polynomium, som har den la-

veste spredning – denne spredning beregnes som beskrevet tidligere. I eksemplet viser det sig, at det første polynomium har den laveste spredning, og derfor vil reparationen af første støjpunkt ske fra venstre side.

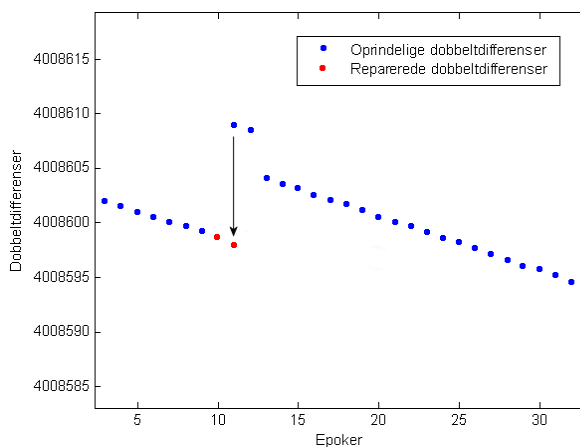


Figur 8.18 – 3 støjpunkter [Garmin-arbejdsdata]

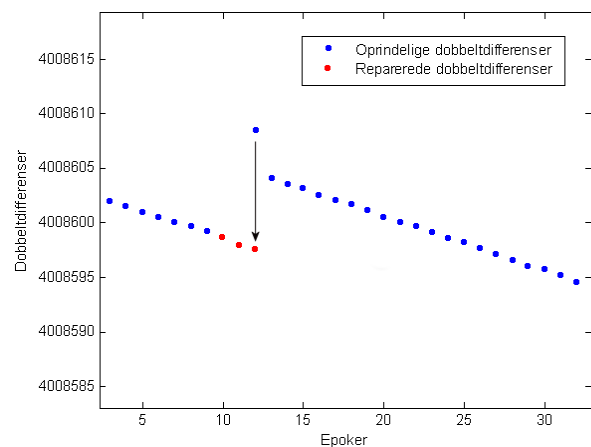


Figur 8.19 – 1. punkt reparerer [Garmin-arbejdsdata]

I figur 8.19 er reparationen af første støjpunkt vist. Reparationen sker ved, at der ekstrapoleres en værdi for støjpunktet ud fra polynomiet på venstre side af støjpunkterne. Derefter beregnes forskellen mellem værdien i det ekstrapolerede punkt og det oprindelige punkt (støjpunktet). Denne forskel afrundes til nærmeste halve bølgelængde, hvorefter støjpunktet korrigeres med denne værdi. Ved denne fremgangsmåde tages der højde for at cycleslips sker som halve bølgelængde. Efter reparationen af det første støjpunkt i eksemplet beregnes nye polynomier på hver side af de to resterende støjpunkter. Derefter kan næste punkt reparerer som vist i figur 8.20.



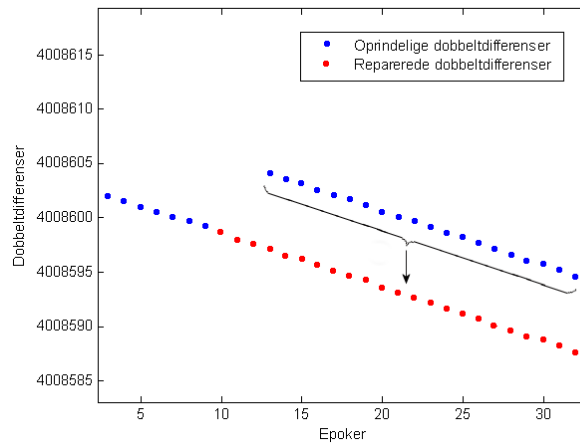
Figur 8.20 – 2. punkt reparerer [Garmin-arbejdsdata]



Figur 8.21 – 3. punkt reparerer [Garmin-arbejdsdata]

Efter reparationen af det tredje støjpunkt i figur 8.21 er der ikke flere støjpunkter tilbage i eksemplet, men der sker dog stadig et spring i dobbeltdifferenserne, hvilket er vist i figur 8.22. Dette spring reparerer som en *rent cycleslip*, som beskrevet tidligere.

Det viste sig under udarbejdelsen af polynomiumsmetoden, at der kan opstå problemer, når der er datahuller. Fremgangsmåden ved løsningen af dette problem er vist i bilag F. Den fremgangsmåde, som er beskrevet i bilaget indeholder samme problematik omkring ekstrapolation, som beskrevet ved behandling af huller i differensmetoden.



Figur 8.22 – Reparation som "rent cycleslip"

En situation, der ikke er taget højde for ved udarbejdelsen af metoden, er hvis der sker cycleslip inden for de første eller sidste fem epoker. Dette har ikke været et problem under arbejdet med arbejdsdataene, men det må under andre omstændigheder forventes at kunne give problemer. I så fald må de pågældende epoker klippes ud af datasættet. En anden løsning, som dog ikke er blevet implementeret, kunne være at reparere disse cycleslip på samme måde som støjpunkter, men hvor der kun beregnes et polynomium på den ene side af cycleslippen.

8.2.3 Resultater

For at give et billede af, hvilken indflydelse anvendelsen af polynomiumsmetoden har på præcisionen, vil der i dette afsnit blive foretaget en indledende test af metoden. Denne test udføres så vidt muligt på samme måde som ved differensmetoden. Følgende parametre vil blive undersøgt:

- Med og uden satellit 27
- Afrundingen af cycleslips (ingen / 0.5 bølge)

Først vil der blive set på resultaterne, hvor der anvendes Leica-arbejdsdata, og derefter udføres de samme beregninger med arbejdsdata fra Garmin.

Leica

I figur 8.23 er resultaterne fra beregningerne med Leica-arbejdsdata vist, og som det fremgår af figuren er cycleslipgrænsen og afrundingen sat til hele bølger. Resultatet fra denne test er helt identiske med resultaterne fra differensmetoden. Dette skyldes, at der kun er et enkelt cycleslip, der skal reparerer, og derfor har valget af metode ikke stor indflydelse. Derfor vil der ikke blive kommenteret yderligere på disse resultater fra Leica-arbejdsdataene.

Parametre			Leica float	Leica fixed	Cycleslip
Cycleslipgrænse =1 bølger	Med	Plan	0,033	0,002	1 cycleslip
Cycleslipafrounding = 1 bølger	Sat 27	Højde	-0,046	-0,013	
	Uden	Plan	0,025	0,002	0 cycleslip
	Sat 27	Højde	-0,013	-0,013	

Figur 8.23 – Resultater fra polynomiumsmetoden [Leica-arbejdsdata]

Residualplots og spredningerne er ligeledes identiske med de tidligere, og der henvises igen til bilag D.

Garmin

Hvor Leica-arbejdsdataene kun indeholder ét cycleslip forholder det sig ganske anderledes ved dataene fra Garmin. Her er antallet af cycleslips betydeligt højere. I figur 8.24 er resultaterne fra beregningerne med Garmin-arbejdsdataene vist.

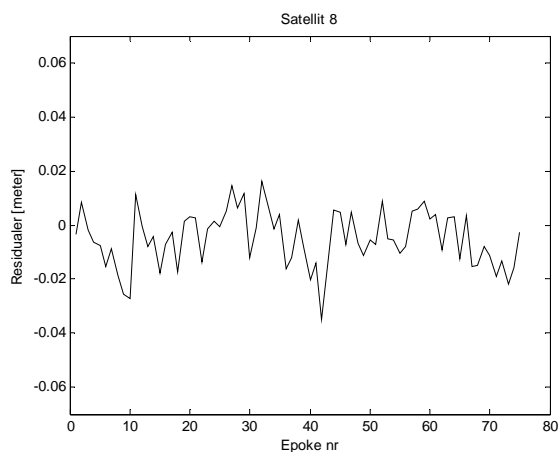
Parametre		Afvigelse	Garmin float	Garmin fixed	Cycleslip
1. kombination	Med	Plan	0,048	0.030	29 reparationer
Cycleslip grænse =0,5 bølger.	Sat 27	Højde	0,050	-0.126	
Cycleslip afrunding = 0,5 bølger	Uden	Plan	0.030	0.035	14 reparationer
	Sat 27	Højde	0.119	0.126	
4. kombination	Med	Plan	0.151	0.154	29 reparationer
Cycleslip grænse =0,5 bølger.	Sat 27	Højde	-0.261	-0.219	
Cycleslip afrunding = ingen afrunding	Uden	Plan	0,027	0,030	14 reparationer
	Sat 27	Højde	0,079	0,108	

Figur 8.24– Resultater fra polynomiumsmetoden [Garmin-arbejdsdata]

Ved kombination 1 er beregningerne foretages med afrunding til halve bølgelængder. Af figuren ses det, at float- og fixedløsningerne generelt opnår samme afvigelser. Der ligeledes ikke den store forskel på om satellit 27 medtages, eller om den udlades. Ved beregningen blev der i alt foretages 29 reparationer, hvor 15 af dem sker ved satellit 27.

Kombination 4 viser afvigelse, når cycleslipreparationerne ikke er afrundet til halve bølgelængder. Når satellit 27 er med i beregningerne stiger afvigelse i planet og højden til over 15 cm. Dette skyldes sandsynligvis, at størstedelen af reparationerne sker ved denne satellit, og da hver reparation påvirker alle efterfølgende dobbeltdifferenser, vil virkningen fra afrundingen blive særlig tydelig ved denne satellit. Hvis satellit 27 udelades er afvigelse på niveau med de øvrige resultater.

I figur 8.25 er et residualplot for satellit 8 vist. Når plotet sammenlignes med figur 8.9 i afsnittet om *differensmetoden*, ses det at kurverens forløb næsten er sammenfaldene. Det tyder altså på, at de to metoder har repareret for de samme cycleslips. I Bilag D findes residualplot for alle satellit-terne – både hvor satellit 27 indgår i beregningerne, og hvor den udelades.



Figur 8.25 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 8 [Garmin arbejdsdata]

Den samlede spredning for dobbeltdifferenserne er 0.026 cm, når satellit 27 indgår. Når satellit 27 udelades er spredningen 0.011 cm. Udregningerne er foretaget på baggrund af udjævning for den fixedløsning.

I bilag E findes et diagram, der viser hvordan polynomiumsmetoden er opbygget

8.3 Cossermetoden

Cossermetoden er udviklet ved universitet i Nottingham i forbindelse med undersøgelser af, om billige enkeltfrekvente GPS-modtagere kan benyttes til bygningsovervågning – hovedsageligt broovervågning. I forsøget er der benyttet billige Garmin-modtagere svarende til de, der anvendes i dette projekt. I artiklen [Cosser et al., 2004] beskrives principperne, der omhandler cycleslipkorrektion. Det er på baggrund af denne artikel, at Cossermetoden er forsøgt benyttet til cycleslipbehandling.

Dette afsnit vil forklare teorien og baggrunden for Cossermetoden. Metoden vil blive illustreret med eksempler. Desuden vil arbejdet og de problemer, der opstod i forbindelse med udarbejdelsen, blive beskrevet. Cosser-metoden har af tidsmæssige årsager ikke været mulig at færdiggøre fuldstændigt. Det drejer sig bl.a. om løsningen af hullerne for satellit 27, og derfor er satellit 27 for Garmin udeladt ved denne metode. Projektgruppen har desuden stødt ind i andre problemer, som det af tidsmæssige årsager ikke har været mulig at løse optimalt. Dette vil ligeledes blive beskrevet yderligere.

8.3.1 Teorien

Cossermetoden hører under kategorien polynomier af lavere grad, som eksemplet i næste afsnit vil vise. Cossermetoden undersøger hver dobbeltdifferens ud fra de tidligere tre dobbeltdifferenser. Hvis værdien af dobbeltdifferensen ikke er i overensstemmelse med udviklingen af de foregående 3 dobbeltdifferenser, er der fundet et cycleslip. Formlen, der benyttes til at finde cycleslip ser ud som følgende.

$$\delta\varphi^i(t_k) = [\varphi^i(t_k) + \Delta\varphi^i(t_{k-1})] - 3[\varphi^i(t_{k-1}) + \Delta\varphi^i(t_{k-1})] + 3[\varphi^i(t_{k-2}) + \Delta\varphi^i(t_{k-2})] - [\varphi^i(t_{k-3}) + \Delta\varphi^i(t_{k-3})]$$

hvor: $\delta\varphi^i(t_k)$ er en modificeret tripeldifferens¹⁴

$\varphi^i(t_k)$ er dobbeltdifferensen for satellit i til tiden t_k

$\Delta\varphi^i(t_k)$ er cycleslipkorrektionen for satellit i til tiden t_k

Cycleslipkorrektionen er akkumuleret af alle korrektionerne til satellit i siden starten af observationssættet.

[Cosser et al., 2004, s. 4 - 5]

Hvis en observation ikke er blevet identificeret som cycleslipbehæftet vha. ovenstående formel, bliver den nye korrektion lig med de hidtidige korrektioner.

$$\Delta\varphi^i(t_k) = \Delta\varphi^i(t_{k-1})$$

Hvis der derimod er konstateret et cycleslip skal korrektionen lægges til de hidtidige korrektioner:

$$\Delta\varphi^i(t_k) = \Delta\varphi^i(t_{k-1}) - \lfloor \delta\varphi^i(t_k) \rfloor$$

hvor

$\lfloor \delta\varphi^i(t_k) \rfloor$ er den afrundede værdi af cycleslippet. Korrektionen til cycleslippet er af samme størrelse som cycleslippet, blot med modsat fortegn.

Garmin måler i halve bølger, så det naturlige ville være at sætte cycleslipgrænsen til 0,5 bølge. Cosser har imidlertid erfaret, at det bedste resultat opnås ved at sætte grænsen til 1 bølge og herefter afrunde til nærmeste halve bølge. Cosser argumenter dette valg med, at en grænse på 0,5 bølger finder mange falske cycleslips. Som Cosser-metoden er forsøgt udarbejdet i dette projekt forudsættes det, at der ikke er cycleslip på de første tre punkter. [Cosser et al., 2004]

8.3.2 Cossermetoden – et eksempel

Cossermetoden kan både håndtere et 1.- og 2. gradspolynomier. Dette afsnit vil eksemplificere Cossermetoden ved både et 1.- og 2. gradspolynomium.

Førstegradspolynomium

Får at illustrere Cosser-metoden er 10 dobbeltdifferenser konstrueret, se figur 8.26. Af figuren se det, at der sker en forskydning af dobbeltdifferenserne ved epoke 6 som følge af et

¹⁴ Med modificeret tripeldifferens menes, at $\delta\varphi^i(t_k)$ er en differens af to tripeldifferenser.

cycleslip. Cossermetoden lokaliserer cycleslipet, når epoke seks bliver undersøgt på baggrund af de tre forrige epoker.

$$\delta\varphi^i(t_6) = [\varphi^i(t_6) + \Delta\varphi^i(t_{6-1})] - 3[\varphi^i(t_{6-1}) + \Delta\varphi^i(t_{6-1})] + 3[\varphi^i(t_{6-2}) + \Delta\varphi^i(t_{6-2})] - [\varphi^i(t_{6-3}) + \Delta\varphi^i(t_{6-3})]$$

$$\delta\varphi^i(t_6) = [7 + 0] - 3[6 + 0] + 3[7 + 0] - [-8] = 2$$

Det ses altså, at der ved epoke 6 er et slip med en størrelse på 2 bølger. Korrektionen til slippet skal lægges til de tidligere korrektioner. I dette tilfælde har der ikke været nogen.

$$\Delta\varphi^i(t_6) = \Delta\varphi^i(t_{6-1}) - [\delta\varphi^i(t_6)]$$

$$\Delta\varphi^i(t_6) = 0 - [2] = -2$$

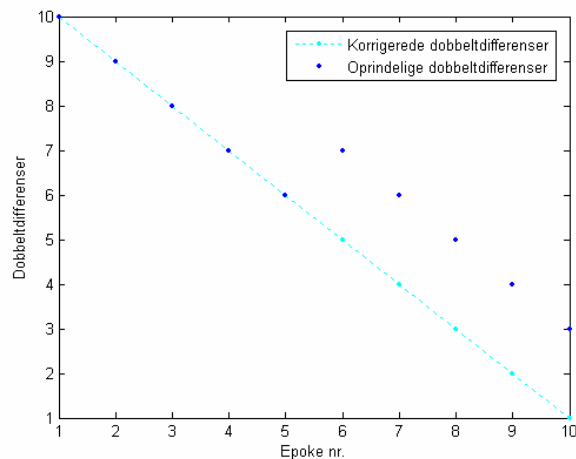
De resterende epoker er cycleslipfrie, hvilket også viser sig, da resten af $\delta\varphi_f^i(t_k) = 0$. Udregningerne er dog ikke medtaget i rapporten

$$\delta\varphi^i(t_7) = [\varphi^i(t_7) + \Delta\varphi^i(t_{7-1})] - 3[\varphi^i(t_{7-1}) + \Delta\varphi^i(t_{7-1})] + 3[\varphi^i(t_{7-2}) + \Delta\varphi^i(t_{7-2})] - [\varphi^i(t_{7-3}) + \Delta\varphi^i(t_{7-3})]$$

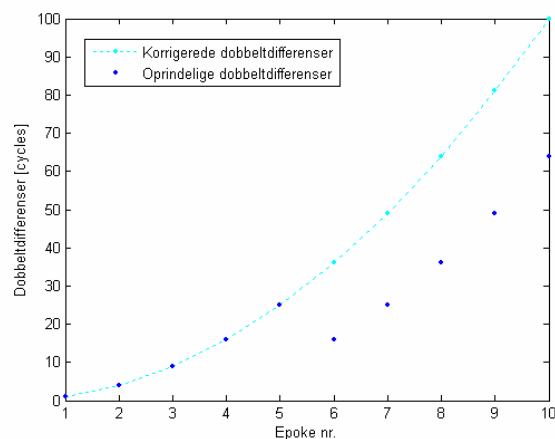
$$\delta\varphi^i(t_7) = [6 - 2] - 3[7 - 2] + 3[6 + 0] - [7 + 0] = 0$$

Andengradspolynomium

For at illustrere Cossermetodens anvendelser ved andengradspolynomier er der ligeledes konstrueret 10 dobbeltdifferenser, se figur 8.27. Polynomiet, der er benyttet er $p(x) = x^2$. Af figuren se det, at der sker en forskydning af dobbeltdifferenserne ved epoke 6 som følge af et cycleslip. Cosser-metoden skal altså først lokaliserer cycleslip, når epoke seks bliver undersøgt.



Figur 8.271 – Ideelle dobbeltdifferenser [konstrueret]



Figur 8.27 - Dobbeltdifferenser er en eksponentiel funktion af tiden [Konstrueret]

$$\delta\varphi^i(t_5) = [\varphi^i(t_5) + \Delta\varphi^i(t_{5-1})] - 3[\varphi^i(t_{5-1}) + \Delta\varphi^i(t_{5-1})] + 3[\varphi^i(t_{5-2}) + \Delta\varphi^i(t_{5-2})] - [\varphi^i(t_{5-3}) + \Delta\varphi^i(t_{5-3})]$$

$$\delta\varphi^i(t_5) = [25 + 0] - 3[16 - 0] + 3[9 - 0] - [4 - 0] = 0$$

Der er altså ikke konstateret nogen cycleslips for epoke 5. Hvilket også er i overensstemmelse med figur 8.27. Hvis epoke 6 nu undersøges, bør der konstateres et cycleslip.

$$\delta\varphi^i(t_6) = [16 + 0] - 3[25 - 0] + 3[16 - 0] - [9 - 0] = -20$$

Der konstateres et cycleslip på 20 bølger. Korrektionen til slippet skal lægges til de tidligere korrektioner. I dette tilfælde har der ikke været nogen.

$$\Delta\varphi^i(t_6) = \Delta\varphi^i(t_{6-1}) - [\delta\varphi^i(t_6)]$$

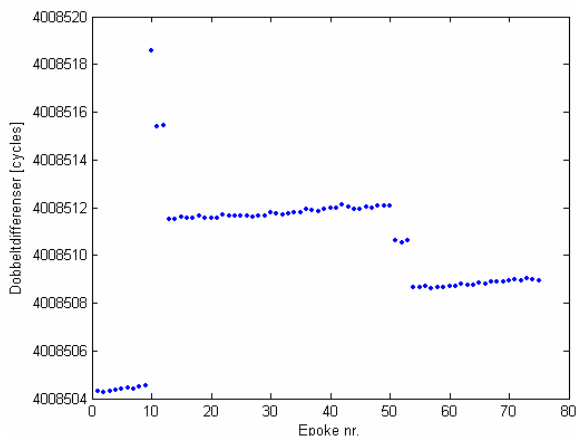
$$\Delta\varphi^i(t_6) = 0 - [-20] = 20$$

De to eksempler fra dette afsnit viser, at Cosser-metoden kan tilpasses anden grads polynomi-er. Dette er imidlertid ikke en ubetinget fordel, som næste afsnit vil vise.

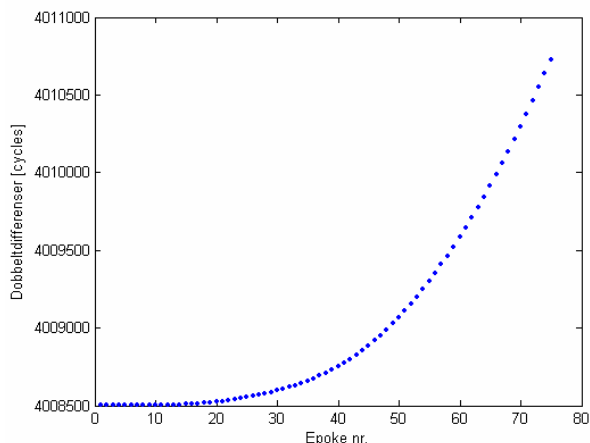
8.3.3 Cossermetoden – problemer

I de ovenstående eksempler hvor dobbeltdifferenserne følger et første- og andengradspolynomium er der ikke taget højde for, at dobbeltdifferenserne er påvirket af støj. Dobbeldifferenserne vil imidlertid altid være påvirket af støj, og af denne grund vil $\delta\varphi_f^i(t_k)$ aldrig give 0. Det er altså nødvendigt at fastsætte en grænse for, hvornår der er tale om støj, som ikke skal korrigeres, og hvornår der er tale om et egentligt cycleslip. Som tidligere nævnt har Cosser fastsat cycleslipgrænsen til 1 bølge for derved at undgå at rette støj som cycleslip. Projektgruppen har imidlertid erfaret, at selvom støjen ikke korrigeres, kan den falde så uheldig ud, at Cosser-metoden får problemer med at korrigere korrekt.

Et eksempel på dette opstod, da Garmin-arbejdsdataene blev testet. Seks af de syv satellitter var der ingen problemer med, men problemerne opstod, da dobbeltdifferenserne mellem satellit 8 og referencesatellitten skulle korrigeres for cycleslip. Af figur 8.28 ses det, at dobbeltdifferenserne er påvirket af cycleslips. Af figuren ses det ligeledes, hvordan kurverne bliver parallelforskudt ved hvert cycleslip. Efter en rettelse af alle cycleslips, må det forventes, at dobbeltdifferenserne bliver en sammenhængende kurve, der er tilnærmelsesvis lineær. Det går imidlertid ikke som forventet, når Cosser-metoden benyttes. Der opstår en masse falske cycleslips, der blot vokser ”parabolsk” med antallet af epoker, se figur 8.29



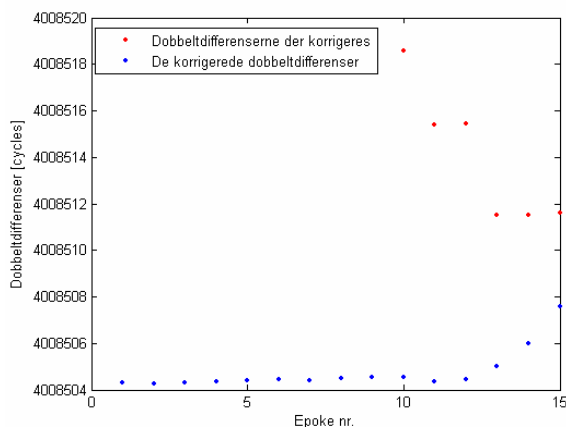
Figur 8.28 – Dobbeltdifferenser for sat. 8 og ref. sat.



Figur 8.29 – Dobbeltdifferenser for sat. 8 og ref. sat. efter cycleslips korrektion

Det viser sig, at der ved Cosser-metoden kan opstå problemer, hvis tre på hinanden følgende epoker er støjbehæftet, og hvis støjen tilfældigvis gør, at de tre tilhørende dobbeltdifferenser følger et andengradspolynomium frem for et polynomium af første grad.

I disse tilfælde vil de efterfølgende epoker blive korrigeret efter et polynomium af anden grad. Resultatet bliver, at en epoke, der ikke er påvirket af cycleslip, bliver korrigeret i forhold til den paraboliske udvikling fra andengradspolynomiet. Herefter vil denne epoke også passe ind i udviklingen for andengradspolynomiet, som så igen vil påvirke den efterfølgende epoke. Udviklingen bliver en skrue uden ende, hvilket tydeligt illustreres af, at sidste epoke (epoke 75) i figur 8.28 har fået påført en samlet rettelse på mere end 2.000 bølger i figur 8.29.



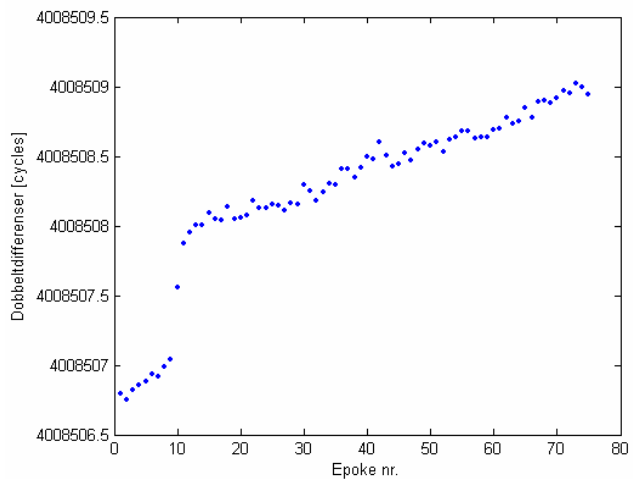
Figur 8.30 – Uddrag af dobbeltdifferenser mellem sat 8 og ref. sat. før og efter korrektionen

I figur 8.30 er der zoomet ind på en del af figur 8.29 ligesom de oprindelige dobbeltdifferenser, der endnu ikke er korrigeret, er medtaget. Projektgruppen har undersøgt korrektionsprocessen, og her viser det sig, at epoke 13 ligger på grænsen til at skulle korrigeres med yderligere en halv bølge. Epoke 14 bliver herefter fremskrevet ud fra epoke 11, 12 og 13. Konsekvensen bliver, at epoke 14 bliver korrigeret, således at den passer til et 2. gradspolynomium, selvom der ikke finder cycleslip sted mellem epoke 13 og 14.

Projektgruppen har prøvet at ændre på forskellige faktorer, såsom cycleslipgrænsen og cycleslipafrundingen. Problemet er imidlertid ikke blevet løst, det er allerhøjst blevet flyttet til nogle nye steder. Til sidst har projektgruppen fundet en alternativ løsning til problemet.

De dobbeltdifferenser, der får en samlet rettelse, som er større end 1000 bølger til deres sidste epoke (som tilfældet for epoke 75 i figur 8.28 og 8.29) vil blive behandlet efter en ny metode.

I stedet for at reparere cycleslips fra første epoke til sidste epoke (metode 1), løses reparationen fra sidste epoke til første epoke (metode 2). Det er kun satellit 8, der bliver påvirket af denne betingelse, og som det ses af figur 8.31, bliver korrektionen langt bedre end den tidligere korrektion, se figur 8.29.



Figur 8.31 – Dobbeltdifferenser for sat. 8 og ref. sat.. efter cycleslips korrektion

Selv om der fortsat er noget, der går galt ved epoke 12 og 13, stabiliserer de 11 resterende dobbeltdifferenser sig efterfølgende. Det fremgår imidlertid tydeligt af figur 8.31, at de 11 første epoker er fejlbehæftet, men at de falder inden for cycleslipgrænsen på 1 bølge.

Metode 2 er imidlertid ikke en holdbar løsning på lang sigt, der er således ingen garanti for, at polynomiumudviklingen ikke også kan gå galt, når cycleslipkorrektionen foretages i omvendt rækkefølge.

8.3.4 Resultater

Dette afsnit vil indeholde de resultater, som er fremkommet ved beregningen med arbejdsdataene. Testene behandler dels Leica-arbejdsdata og Garmin-arbejdsdata. For Leica-arbejdsdataene er alle satellitter blevet benyttet, mens satellit 27 er udeladt i Garmins tilfælde.

Figur 8.32 og figur 8.33 viser resultaterne fra Leica og Garmin. Begge modtagere er blevet undersøgt i forhold til den oprindelige metode, hvor dataene køres igennem de udarbejdede scripts fra start til slut (metode 1). Dataene fra de to modtagere er herefter blevet undersøgt i forhold til metode 2, hvor korrektionen af cycleslips også kan foretages i omvendt rækkefølge.

Leica-arbejdsdataene er blevet undersøgt med de tre faktorer: Cycleslipgrænse, cycleslipafgrunding og periodekonstantafgrunding sat til 1 bølge. Dette er gjort, da Leica arbejder med hele bølgelængder. Resultatet bliver, at et enkelt cycleslip bliver fundet. Afvigelsen til det sande punkt ligger på ca. 1 cm i både planet og højden, se figur 8.32. Det har ingen betydning, om metode 1 eller 2 benyttes, da det ikke bliver aktuelt at køre cycleslipkorrektionen igennem bagfra i Leicas tilfælde. Da Cosser-metoden finder det samme cycleslip som de øvrige cycleslipmetoder, og da korrektionen i alle metoderne er på 18 cycles, vil residualplottet være identisk med det allerede tidligere viste, se figur 8.9.

Parametre			Leica float	Leica fixed	Cycleslips
Cycleslip grænse =1 bølge.	Metode 1	Plan	0,033	0,002	1 cycleslip
Cycleslip afrunding =1 bølge		Højde	-0,046	-0,013	
Periodekonstant afrunding =1 bølge	Metode 2	Plan	0,025	0,002	1 cycleslip
Med satellit 27		Højde	-0,013	-0,013	

Figur 8.32 – Afvigelsen mellem ”det sande” punkt og det beregnede punkt [Leica-arbejdsdata]

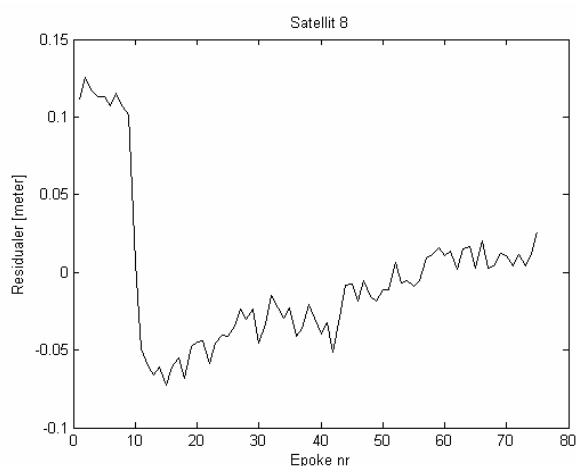
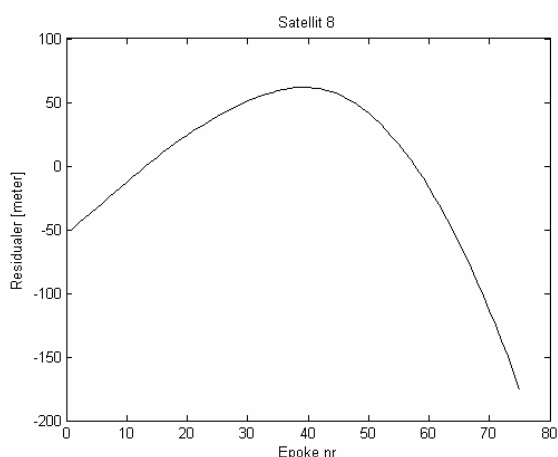
Garmindataene er blevet undersøgt, hvor cycleslipafrunding og periodekonstanten er afrundet til halve bølger. Cycleslipgrænsen er imidlertid sat til 1 bølge, da det er Cossers erfaring, at der korrigeres for mange falske cycleslip ved en grænse på en halv bølge.

Af figur 8.33 ses det, at forskellen mellem metode 1 og 2 er enorm stor. Resultatet af metode 1 bliver så dårligt på grund af, at rettelsen af satellit 8 går galt. Metode 2 giver derimod et væsentlig bedre resultat, selvom satellit 8 ikke korrigeres korrekt.

Parametre			Garmin float	Garmin fixed	Cycleslips
Cycleslip grænse =1 bølger	Metode 1	Plan	1338,567	1338.714	66 cycleslips
Cycleslip afrunding =0,5 bølger		Højde	-1119.758	-1119,882	
Periodekonstant afrunding = 0,5 bølge	Metode 2	Plan	0,487	0,443	6 cycleslip
Uden satellit 27		Højde	-0,265	-0,222	

Figur 8.33 – Afvigelsen mellem ”det sande” punkt og det beregnede punkt [Garmin-arbejdsdata]

Residualplots af satellit 8 for metode 1 og 2 ses af nedenstående figurer. Her ses det, at residualernes størrelse er op til 150 m for metode 1, mens de for metode 2 er på 0,1m i de værste tilfælde. Det ses desuden, at metode 2 er påvirket af høje residualer for de første 11 epoker. Hvis dette ses i sammenhæng med dobbeltdifferenserne fra figur 8.31, er det dog et forventeligt resultat.



Figur 8.34 – Residualplot for dobbeltdifferensen (sat. 8 og ref. sat.) Metode 1 [Garmin-arbejdsdata] Figur 8.35 – Residualplot for dobbeltdifferensen (sat. 8 og ref. sat.) Metode 2 [Garmin-arbejdsdata]

Den samlede spredning for alle dobbeltdifferenser for metode 2 er 0,025m. Hvis det antages at de fire faseobservationer er bestemt med samme spredning, bliver spredningen for en faseobservation

$$\sigma_{faseobs} = \frac{1}{2} \cdot 0,025m = 0,013m$$

Spredningen er dog i høj grad påvirket af satellit 8's fejl. Dobeltdifferenserne med satellit 8 har således en spredning på 0,05m, mens de øvrige satellitter har en spredning fra 0,010m – 0,015m. I bilag D ses residualplots af alle satellitter for metode 2.

8.4 Opsamling

Ved udarbejdelsen af metoderne til cycleslipbehandling har det vist sig, at det er muligt at få afvigelserne mellem de beregnede koordinater og referencepunktets koordinater ned på centimeterniveau ved beregninger med data fra Garmin 12XL. I det følgende vil hovedresultaterne fra hver metode blive ridset op.

I figur 8.36 er Leica-afvigelserne ved hver metode vist. Ved beregningerne er påvisning og reparation af cycleslip sket med hensyn til hele bølgelængder, da cycleslip ved denne modtager netop sker som hele bølger. I de anvendte arbejdsdata sker der kun et enkelt cycleslip i Leicas tilfælde. Dette ene cycleslip betyder, at afvigelsen mellem det kendte punkt og den beregnede position bliver omkring syv meter, hvis det ikke repareres. I figur 8.36 viser det sig ved fixedløsningen, at afvigelsen er faldet til omkring 1 centimeter, når der foretages reparation af cyclelslippet. Af figuren ses det derudover, at afvigelserne er ens ved alle tre metoder, hvilket må betyde, at reparationen af cycleslips er udført med samme resultat.

Metode	Afvigelse	Leica float	Leica fixed	Cycleslip
Differensmetoden	Plan	0.049	0.006	1 cycleslips
	Højde	-0.028	-0.012	
Polynomiumsmetoden	Plan	0.049	0.006	1 cycleslip
	Højde	-0.028	-0.012	
Cossermetoden	Plan	0.049	0.006	1 cycleslip
	Højde	-0.028	-0.012	

Figur 8.36 – Afvigelser ved de tre cycleslipmetoder ink. sat 27 [Leica-arbejdsdata]

Antallet af cycleslips er langt højere ved arbejdsdataene indsamlet med Garmin-modtagere. I figur 8.7 er resultaterne vist for hver metode, hvor satellit 27 er udeladt fra beregningerne. Det viser sig, at Cosser-metoden har større afvigelser end de to andre metoder, hvilket skyldes, at der påvises og korrigeres falske cycleslips. Derimod viser det sig, at afvigelserne er næsten ens, når de to andre metoder benyttes. Hvis der ikke foretages cycleslipreparation vil afvigelsen være omkring et par meter, hvorimod den ved brug af en af metoderne falder til centimeterniveau.

Metode	Afvigelse	Garmin float	Garmin fixed	Cycleslip
Differensmetoden	Plan	0,118	0,097	12 cycleslips
	Højde	0,089	0,087	
Polynomiumsmetoden	Plan	0,084	0,098	14 reparationer
	Højde	0,089	0,087	
Cossermetoden	Plan	0,547	0,494	6 cycleslip
	Højde	-0,087	-0,049	

Figur 8.37 – Afvigelser ved de tre cycleslipmetoder ved Garmin-arbejdsdata (uden satellit 27)

I figur 8.37 er satellit 27 udeladt fra beregningerne, da det viste sig at der var datahuller ved denne satellit. Det blev forsøgt at løse dette problem ved differens- og polynomiumsmetoden, og i figur 8.38 er resultaterne vist, hvor satellit 27 indgår i beregningerne. Det fremgår af figuren at afvigelserne ikke længere er ens for polynomiumsmetoden og differensmetoden, hvilket indikerer at metoderne ikke kan håndtere datahuller helt korrekt. Det ses af figur 8.38, at afvigelsen stadig er på centimeter niveau. Hvis der ikke blev korrigeret for cycleslips, ville afvigelsen være ca. 250 meter.

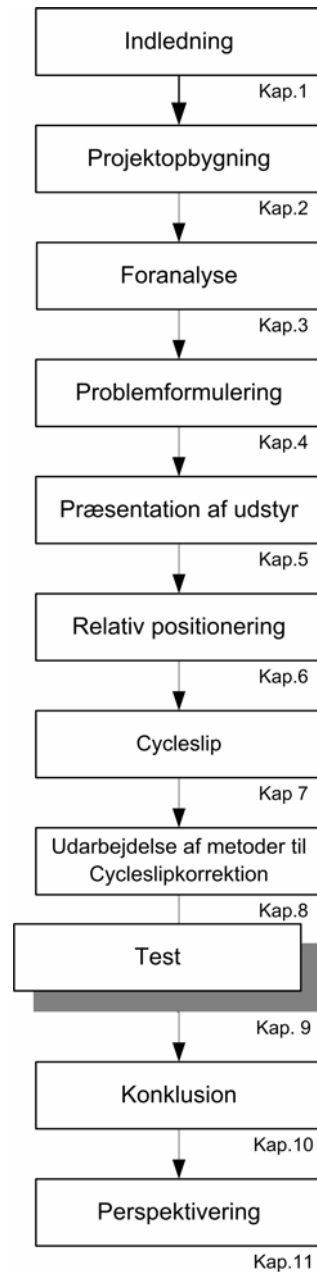
Metode	Afvigelse	Garmin float	Garmin fixed	Cycleslip
Differensmetoden	Plan	0,178	0,120	27 cycleslips
	Højde	-0,142	-0,191	
Polynomiumsmetoden	Plan	0,065	0,094	29 reparationer
	Højde	-0,027	-0,089	
Cossermetoden	-	-	-	-

Figur 8.38 – Afvigelser ved de tre cycleslipmetoder ved Garmin-arbejdsdata (med satellit 27)

Projektgruppen har ikke fået Cossermetoden til at virke efter hensigten. Derfor vil der i de følgende kapitler kun blive benyttet differens- og polynomiumsmetoden og Cosser-metoden udlades.

Kapitel 9

Test



9 Test

Dette kapitel vil omhandle projektgruppens test, og består af følgende afsnit

- Indsamling af data
- Databehandling
- Indledende beregninger
- Tilpasning af cycleslipmetoder
- Testresultater

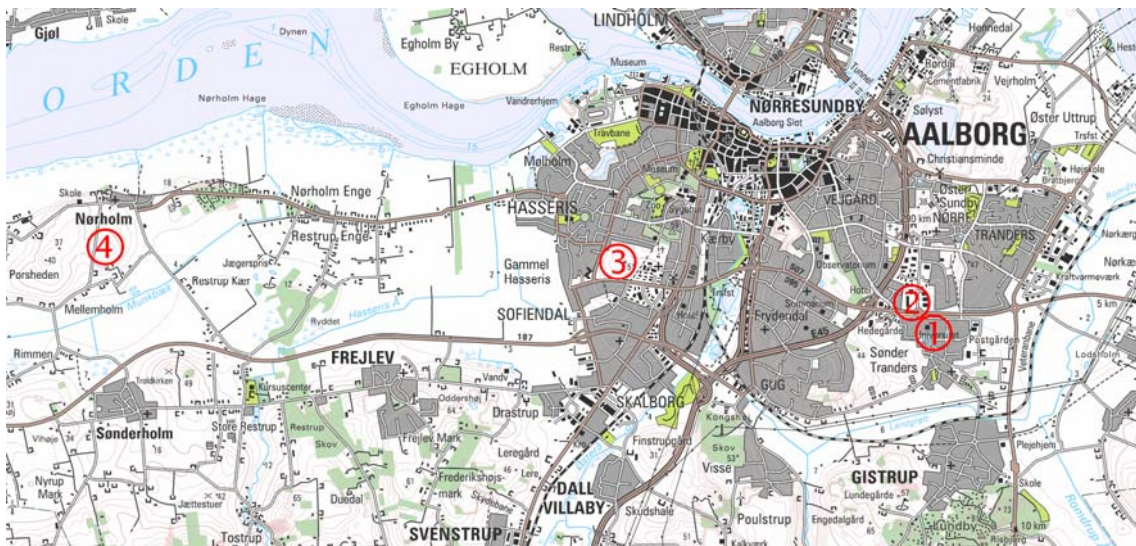
9.1 Indsamling af data

I dette afsnit vil der blive redegjort for hvordan dataindsamlingen er foregået. Formålet med dataindsamlingen er at tilvejebringe et datagrundlag, der kan gøre det muligt at undersøge hvordan præcision, observationstid og basislængder afhænger af hinanden, når der benyttes en Garmin 12XL ved dataindsamlingen. Afsnittet består af følgende punkter:

- Valg af punkter
- Referencekoordinater
- Observationstid
- Tidspunkt for dataindsamling
- Praktisk udførsel

Valg af punkter

For at kunne vurdere, hvilken betydning basislængderne har for præcisionen skal der indsamles data ved en række forskellige afstande. Der var fire ens Garmin 12XL til rådighed ved dataindsamlingen, hvilket satte grænsen for hvor mange punkter, der kunne måles samtidigt. Det blev i starten overvejet, om dataindsamlingen skulle foretages over flere dage, for derved at kunne måle flere basislængder. Dette blev dog fravalgt, og i stedet blev det besluttet at udføre dataindsamlingen i løbet af en dag. Det blev valgt at placere de fire modtagere ved punkterne vist i figur 9.1.



Figur 9.1 - Testpunkternes placering

- Punkt 1 findes på taget over projektgruppens rum i fiberstræde 11. Dette punkt skal fungere som masterpunkt.
- Punkt 2 er placeret over instrumentrummet i Fibigerstræde 11 og afstanden til masterpunktet er ca. 50 meter.
- Punkt 3 skal repræsentere den mellemlange afstand, og er derfor placeret ved Sorthøj ca. 5 km fra masterpunktet.
- Punkt 4 er placeret ved Nørholm og afstanden til masterpunktet er ca. 15 km.

Referencekoordinater

For at kunne vurdere de resultater, der fremkommer ved beregningerne med den indsamlede data, er det nødvendigt at kende modtagernes sande placering. Dette ville kunne opnås, ved at placere modtagerne i kendte punkter under opmålingen. Placeringen af Garmin-modtagerens antenne er ikke kendt, hvorfor det ikke er muligt at centrere modtageren over et kendt punkt.

For at løse dette problem blev det valgt at opstille modtagerne i fire punkter, som ikke havde kendte koordinater fra starten. For at gøre det muligt at bestemme koordinaterne til punkterne, blev der i hvert punkt monteret både en Garmin-modtager og en Leica-antenne. I figur 9.2 er monteringen af modtagerne i de fire punkter vist. Som det fremgår af figuren, er Garmin-modtageren og Leica-antennen monteret ens i forhold til hinanden i alle punkter, da alle Garmin-modtagerne er orienteret mod nord vha. et kompas. På denne måde sikres det, at de fire vektorer mellem de enkelte Leica-antenner og de enkelte Garmin-modtagere er ens. De indsamlede Leica-data benyttes ved beregninger af referencekoordinater. Ved starten og slutningen af dataindsamlingen blev fem RTK-positioner indsamlet ved hvert punkt.



Punkt 1 – På taget over grupperummet



Punkt 2 – På taget ved instrumentrummet



Punkt 3 – Sorthøj



Punkt 4 - Nørholm

Figur 9.2 – Montering af modtagere i de fire punkter

Observationstid

For at fastlægge hvor længe, der skal observeres for at indsamle en tilstrækkelig mængde data, er det valgt at se på de anbefalinger, som Leica og Ashtech giver til statistisk opmåling. Som nævnt i foranalysen under præsentationen af Leica SR20 anbefaler Leica at der observeres i 5 minutter pr. kilometer, der er mellem master og rover – dog minimum 15 minutter. Den længste basislængde i projektgruppens test er 15 km, hvilket derfor vil kræve en observationstid på minimum 75 minutter. Det er derfor valgt at indsamle data samtidigt i de fire punkter over en periode på 1,5 time

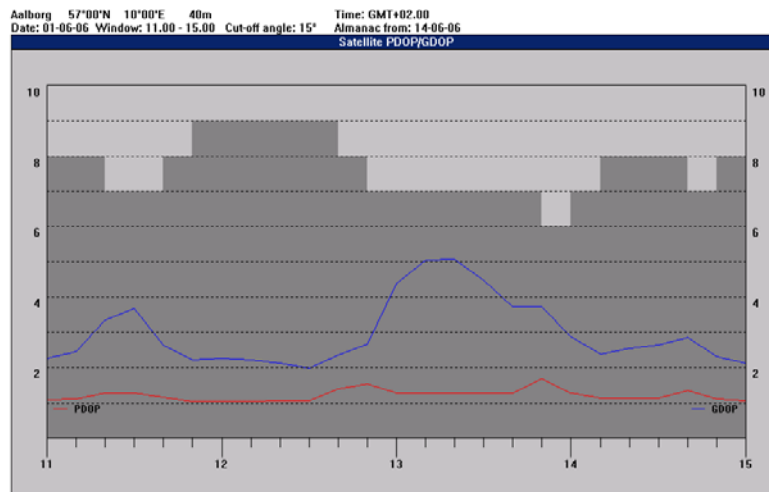
Tidspunkt for dataindsamling

For at sikre at forholdene er egnede til opmåling med GPS er der en række kriterier, som bør være overholdt. Disse kriterier angår antallet af satellitter, afskæringvinkelen for satellitterne og satellitgeometrien under opmålingen. I figur 9.3 er de anbefalede værdier for disse kriterier vist. Værdierne er angivet i vejledninger fra Leica og Ashtech.

Kriterium	Anbefaling
Antal satellitter	Mindst 4/5
Afskæringvinkel	15°
PDOP	≤ 5
GDOP	≤ 8

Figur 9.3 – Kriterier ved opmåling

Det er muligt at undersøge om de ovennævnte betingelser for GPS-måling er opfyldt ved hjælp af programmet *Satellite Availability*. I figur 9.4 er et skærmbillede vist for det tidsrum, hvor projektgruppen gennemførte dataindsamlingen, og af figuren fremgår det, at der er mindst 6 satellitter højere end 15° over horisonten i perioden fra kl. 11.00 til 15.00. Den røde og blå linie i figuren viser værdierne for PDOP og GDOP, og det ses af figuren, at værdierne ikke overstiger 5 i løbet af perioden. Det kan derfor konkluderes, at betingelserne for GPS-måling er opfyldt i det tidsinterval, hvor projektgruppen udførte opmålingen.



Figur 9.4 – Screenshot fra Satellite Availability

Praktisk Udførsel

For at sikre at dataindsamlingen ville foregå på samme måde ved alle punkter udarbejdede projektgruppen en vejledning, som blev medbragt ved hvert punkt. Vejledningen er vedlagt i bilag G, og indeholder en beskrivelse af de indstillinger, der er benyttet ved udstyret under opmålingen. I denne vejledning var en punktnummerstrategi angivet for at gøre det lettere, at holde styr på den indsamlede data.

Ved alle fire punkter blev observationer fra Leica'en gemt på modtagerens hukommelseskort. Da det, som beskrevet tidligere, ikke er muligt at gemme observationerne i Garmin-modtageren, var det nødvendigt at gemme observationerne på en tilsluttet computer. På universitetet blev der trukket kabler fra modtagerne på taget ned til to stationære computere, der derved løbende kunne gemme observationerne.



Figur 9.5 – Opstilling ved Sorthøj

Efter at fem RTK-positioner var målt ved de to punkter på universitet, og både Leica- og Garmin-modtageren var sat i gang med løbende at gemme observationer, kørte hvert gruppemedlem til et af de to øvrige punkter. Disse punkter er vist i figur 9.5 og figur 9.6. Først blev modtagerne monteret på stativet og Garmin-modtageren blev orienteret mod nord. Derefter blev fem RTK-positioner målt, hvorefter dataindsamlingen kunne starte. Ved disse to punkter blev data fra Garmin gemt på bærbare computere. Strømmen til de bærbare computere blev leveret via bilens cigartænder og en 12 V omformer.



Figur 9.6 – Opstilling ved Nørholm

Dataindsamlingen foregik bortset fra et par småproblemer gnidningsfrit. I figur 9.7 er en opsamling for dette afsnit vist.

Tidspunkt for test	01. juni 2006 - 1100 til 15.00
Udstyr	4 Garmin 12XL + ledninger og batterier 4 Leica GPS + ledninger, antenner og batterier 4 stativer 4 computere (2 bærbare) 2 biladaptere (strøm til de bærbare) 2 kompas 2 biler
Observationstid	1 time 30 minutter
Punkter	Punkt 1: Grupperum (master) Punkt 2: Instrumentrum (ca 50 m.) Punkt 3: Sorthøj (ca 5 km.) Punkt 4: Nørholm (ca 15 km.)
Antal satellitter	Mindst 4
Afskæringvinkel	15 grader
GDOP	≤ 8
PDOP	≤ 5

Figur 9.7 – info om dataindsamling

9.2 Databehandling

Efter dataindsamlingen er blevet gennemført, som beskrevet i sidste afsnit, foreligger en række datasæt, som skal danne grundlag for de analyser, der skal foretages senere. Inden den indsamlede data kan benyttes til beregninger vha. projektgruppens beregningsrutiner, er der en række forberedelser, der skal gennemføres

- Konvertering af Garmin-data
- Fremskaffelse af navigationsdata
- Opsplitning af datasættet i intervaller
- Beregning af referencekoordinater

Den indsamlede data fra Garmin-modtageren er gemt i et format, som ikke umiddelbart er læsbart. Derfor benyttes programmet *gar2rnx*, som oversætter filerne til RINEX-format, hvilket er krævet for at beregningerne i næste kapitel kan gennemføres. Efter denne konvertering er der dannet en RINEX-fil for hvert punkt.

For at kunne foretage beregninger af positioner med de indsamlede data skal der udover observationefilerne benyttes efemeridedata. Projektgruppen har hentet broadcast efemerider fra National Geodetic Survey (CORS).

De fire observationsfiler fra Garmin-modtagerne indeholder observationer for hele opmålingsperioden. Der er indsamlet observationer samtidigt i de fire punkter i 1 time og 28 minutter – fra kl. 12:14 til 13:42. For at kunne undersøge, hvilken indflydelse observationstiden har på præcisionen skal disse filer derfor inddeles i mindre intervaller.

Som det fremgår af figur 9.8 er det valgt at inddele den samlede observationsperiode i 7 intervaller. Det er ligeledes vist, hvor mange datasæt, der kunne dannes ved hvert interval. Da intervallerne er dannet ved at dele den samlede observationsfil i mindre intervaller, er der flere intervaller jo kortere observationstid, det drejer sig om. F.eks er der for hvert punkt et enkelt datasæt, der repræsenterer et interval på 88 min, hvorimod der er 17 intervaller på 5 min.

	88 min.	44 min.	29 min.	20 min.	15 min.	10 min.	5 min.
12:14	1	1	1	1	1	1	1
12:19						2	
12:24				3			
12:29			4				
12:34				5			
12:39			6				
12:44				7			
12:49		8					
12:54			9				
12:59		10					
13:04			11				
13:09		12					
13:14			13				
13:19		14					
13:24			15				
13:29		16					
13:34			17				
13:39							

Figur 9.8 – Oversigt over intervaller

Opsplitning af den oprindelige observationsfil i mindre intervaller er udført med programmet TEQC, hvor epokeintervallet samtidigt er valgt til 20 sekunder. Epokeintervallet på 20 sekunder er valgt ud fra et hensyn til databehandlingen, da det viste sig at projektgruppens bereg-

ningsrutine ikke kunne klare de store datamængder. Inden den oprindelige observationsfil blev inddelt i intervaller, blev datahullerne fjernet. Datahullerne blev fjernet ved at slette epoker fra de pågældende satellitter frem til det sted, hvor hullet var placeret.

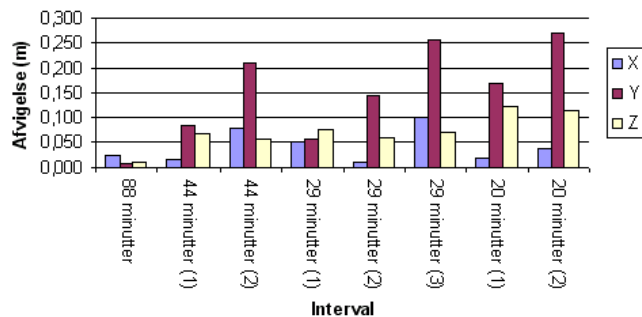
For at beregne referencekoordinater for Garmin-modtageren udnyttes det, at vektorerne mellem Garmin-modtagerne svarer til de indbyrdes vektorer mellem Leica-antenne. Det vil sige, at koordinaterne for Leica-antenne og Garmin-modtagerne vil være ens, hvis de to antenner i masterpunktet antages at have samme koordinat. Masterpunktets koordinater er bestemt som gennemsnittet af de ti RTK-målinger udført ved opmålings start og slut. Koordinaterne for de tre øvrige punkter er efterfølgende blevet beregnet relativt i forhold til masterpunktet. Disse beregninger er foretaget i GeoOffice ved brug af alle tilgængelige observationer fra Leica-modtageren – hvilket vil sige både kodeobservationer og faseobservationer på L1 og L2. I bilag H findes rapporterne fra GeoOffice for beregningerne af koordinaterne til de tre roverpunkter.

9.3 Indledende beregninger

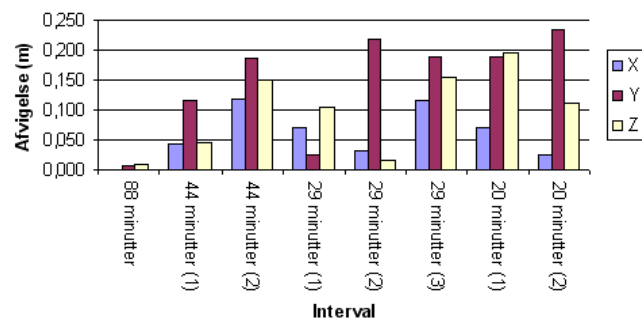
Da projektgruppen begyndte at foretage beregninger med den indsamlede data, viste det sig, at der skete store afvigelser ved Y-koordinaten (afvigelsen mellem WGS84-koordinater). Denne tendens viste sig uanset, om differensmetoden eller polynomiumsmetoden blev anvendt ved behandlingen af cycleslip. I figur 9.9 er afvigelse vist for floatløsningen ved otte intervaller ved basislængden på 50 m, hvor der for hvert interval er vist en afvigelse i X, Y og Z. Som det fremgår af figuren er afvigelse for Y større end for X og Z. Det kunne tænkes, at disse afvigelser ville forsvinde, når en fixedløsning blev beregnet, men som det fremgår af figur 9.10 er dette ikke tilfældet. Når afvigelserne ved float og fixed-løsningerne sammenlignes, ses det, at der ikke sker en forbedring af præcisionen, hvilket projektgruppen forventede.

Denne meget markante afvigelse i Y viste sig også ved andre intervaller end de, der er vist i figurene. Dette gav anledning til spekulationer om, hvad der kunne være galt, og projektgruppen kom frem til følgende tre årsager: data indsamlet under ugunstige forhold, fejl i projektgruppens beregningsrutiner, eller problemer med Garmin-modtageren. Disse tre årsager vil derfor blive undersøgt i det følgende.

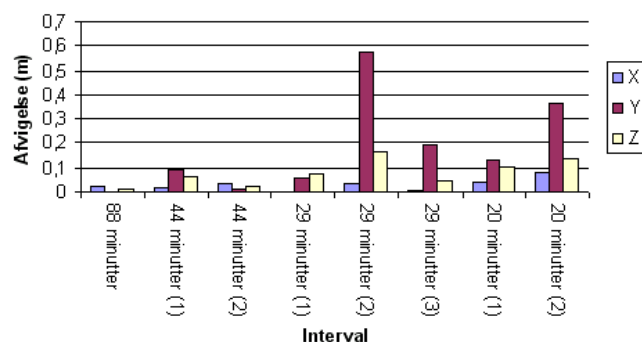
I afsnittet om dataindsamlingen blev det vist, at forholdene for GPS-måling under projektgruppens dataindsamling ikke giver anledning til at tro, at dette skulle være problemet. Dermed er der to mulige årsager tilbage. For at undersøge om problemet skyldes fejl i projektgruppens beregningsrutiner er det valgt at gentage beregningerne, denne gang er de foretaget i programmet Leica GeoOffice. Dette program kan dog ikke tage højde for, at Garmin måler halve bølger, og derfor er det valgt at beregne floatløsninger. Programmet vil dog stadig benytte hele bølgelængder ved cycleslipkorrektionen. I figur 9.11 ses afvigelse efter beregningerne er foretaget i GeoOffice, og igen viser det sig,



Figur 9.9 – Afvigelser ved floatløsninger (Garmin)



Figur 9.10 – Afvigelser ved fixedløsninger (Garmin)



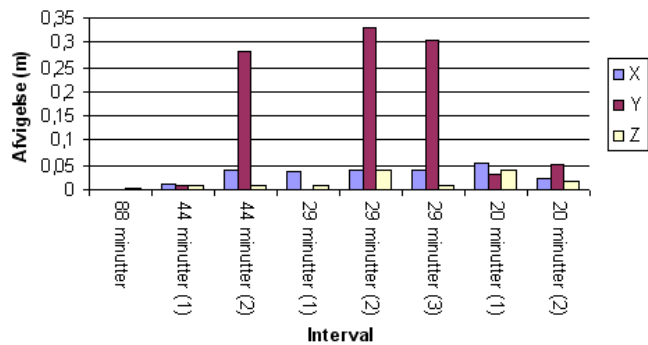
Figur 9.11 – afvigelser ved floatløsning beregnet i GeoOffice (Garmin)

at der er store afvigelser i Y. Beregningerne i GeoOffice viser, at Y-afvigelsen ikke skyldes projektgruppens beregningsrutine.

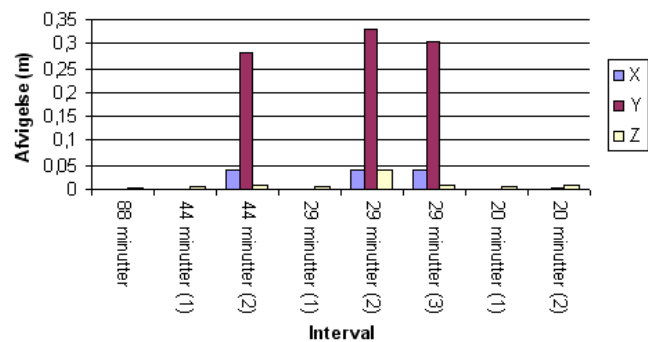
For at undersøge om det derimod er Garmin-dataene, der volder problemer, beregnes de samme intervaller med L1-data indsamlet med Leica-modtageren. Hvis de samme afvigelser viser sig ved disse beregninger, skyldes problemet ikke Garmin-dataene.

Som det fremgår af figur 9.12 er de store afvigelser ved Y-koordinaten også meget markante ved float-løsningerne beregnet med Leica-data. Det vil sige, at det indtil videre har vist sig, at afvigelseerne ikke skyldes projektgruppens beregningsdel, garmindataens kvalitet og højst sandsynligt heller ikke forholdene, som opmålingen er udført under.

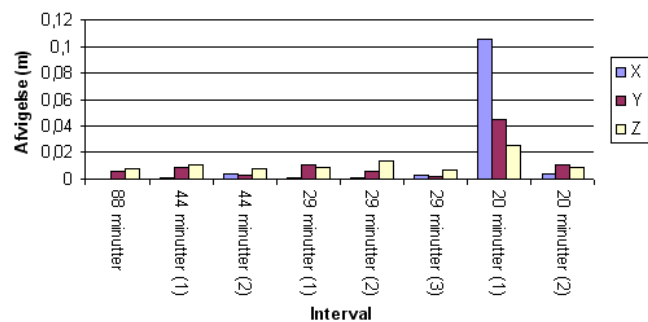
Det blev herefter forsøgt at beregne fixed-løsninger med Leica-dataene for at se, hvilken betydning det har på afvigelseerne. Resultatet af denne beregning er vist i figur 9.13. Det viste sig, at GeoOffice ikke kunne beregne en fixed-løsning ved tre af intervallerne. Det er disse tre intervaller, der har store afvigelser i figur 9.13. Derimod viste det sig, at afvigelseerne ved de øvrige intervaller blev reduceret i forhold til float-løsningens afvigelser. Samme forbedring af præcisionen viste sig, som tidligere nævnt, ikke ved beregningen af fixed-løsninger med Garmin-data i projektgruppens beregningsrutine. Dette gav projektgruppen en idé om, at den valgte metode til beregning af fixed-løsninger ikke var optimal. Det blev derfor valgt, at implementere LAMBDA-metoden som erstatning for den simple metode til bestemmelse af periodekonstanter, som projektgruppen fra starten benyttede. I figur 9.14 ses afvigelseerne ved fixed-løsningerne efter LAMBDA-metoden er implementeret i projektgruppens beregningsrutine. Det er valgt, at der skal beregnes ti fixed-løsninger, hvorefter projektgruppen har valgt løsningen med den mindste 3D-afvigelse som den endelige løsning. Af figur 9.14 fremgår det, at afvigelseerne er betydeligt formindsket i forhold til de tidligere fixed-løsninger.



Figur 9.12 – afvigelser ved floatløsning beregnet i GeoOffice (Leica)



Figur 9.13 – afvigelser ved fixedløsning beregnet i GeoOffice (Leica)



Figur 9.14 – afvigelser ved fixedløsning beregnet ved brug af LAMBDA-metoden (Garmin)

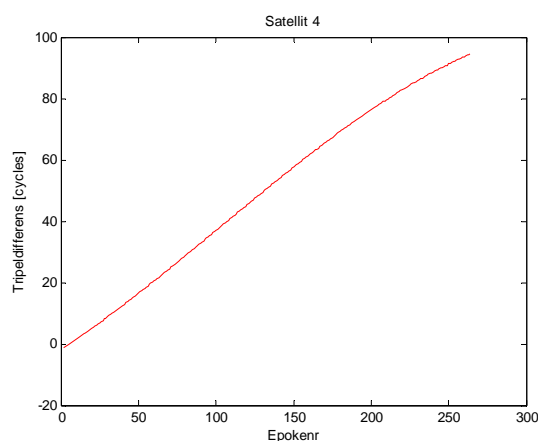
I dette afsnit har det vist sig, at det er muligt at bestemme bedre fixed-løsninger ved brug af LAMBDA-metoden frem for at benytte projektgruppens oprindelige metode. Derfor er det valgt at benytte LAMBDA-metoden ved beregningerne i den resterende del af kapitlet.

9.4 Tilpasning af cycleslipmetoder

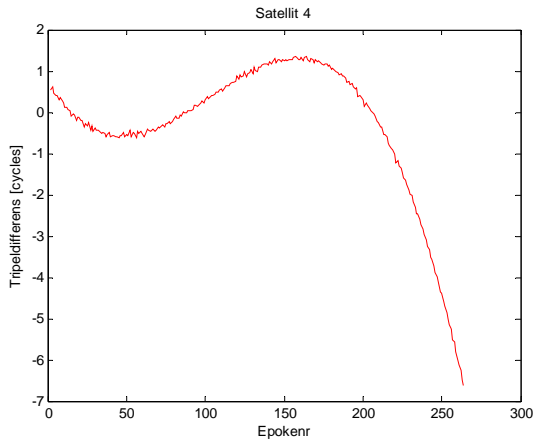
Differens- og polynomiumsmetoden er begge blevet udarbejdet på baggrund af arbejdsdata-sættet. Opbygningen af metoderne bygger i høj grad på de erfaringer, som projektgruppen har gjort sig i forbindelsen med arbejdsdataene. Testen som efterfølgende er blevet gennemført, har imidlertid ført til små ændringer af metoderne, og i det følgende vil disse ændringer blive beskrevet.

9.4.1 Differensmetoden

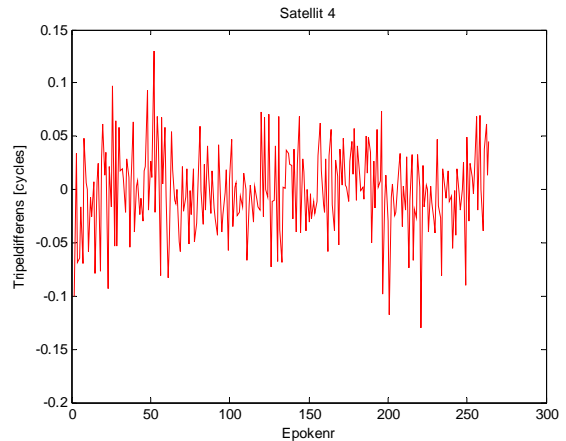
Som beskrevet i det tidligere afsnit om differensmetoden er det nødvendigt at udføre en robust udjævning af tripeldifferenserne for derved at bestemme de ukendte parametre for den funktion, der beskriver tripeldifferenserne. Herefter skulle det være muligt at få transformeret tripeldifferenserne ned på et niveau tæt ved $Y=0$. Dette har ved arbejdsdataene kunnet foretages vha. en lineær funktion. I den efterfølgende test har det imidlertid vist sig, at metoden ikke kan håndtere målingerne udført ved basislængden på 6 km og 15 km. Det har således vist sig, at den robuste udjævning skal foretages på baggrund af henholdsvis et 3. og 4. gradspolynomium for at cycleslipkorrektionen vurderes at foregå korrekt i de tilfælde, hvor basislængden er på henholdsvis 6 km og 15 km. I figurerne 9.15, 9.16 og 9.17 er problematikken illustreret. I figur 9.15 er tripeldifferenserne for satellit 4 vist, før der er foretaget robust udjævning. Umiddelbart ser det ud til, at en robustudjævning på baggrund af en lineærfunktion kan flytte tripeldifferenserne ned til $Y=0$.



Figur 9.15 – Oprindelige tripeldifferenser mellem sat 4 og referencesatellit. [testdata]



Figur 9.16– Korrigerede tripeldifferenser mellem sat 4 og referencesatellit. Korrektionen er foretaget på baggrund af et 1. grads polynomium [testdata]

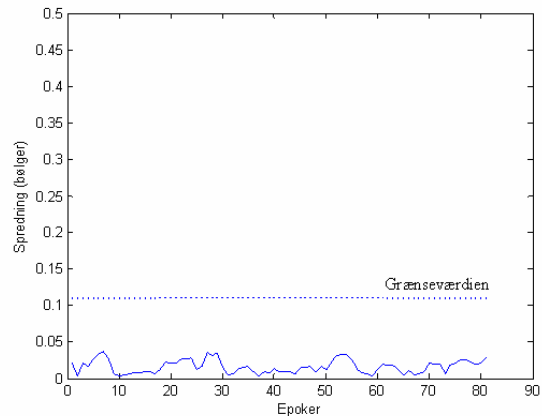
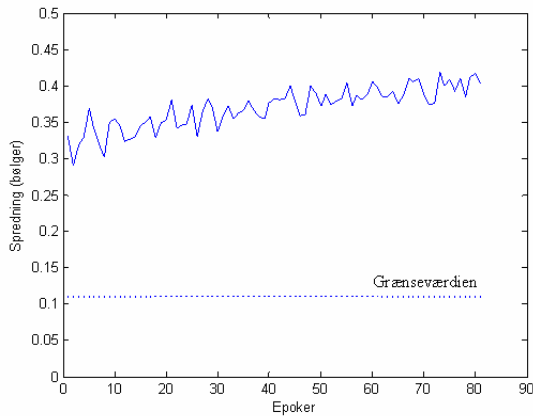


Figur 9.17 – Korrigerede tripeldifferenser mellem sat 4 og referencesatellit. Korrektionen er foretaget er på baggrund af et 4. grads polynomium [testdata]

Dette er forsøgt i figur 9.16, her ses det imidlertid, at problemet endnu ikke er løst. Først når tripeldifferenserne forskydes efter et 4. gradspolynomium, opnås et fornuftigt resultat, se figur 9.17. Ved observationstider på ca. 20 minutter og kortere varighed kan der ligeledes benyttes polynomier af tredje grad ved basislængder af 15 km.

9.4.2 Polynomiumsmetoden

Ligesom for differensmetoden har den udarbejdede polynomiumsmetode ikke været helt tilstrækkelig, når basislængderne blev forøget. I testen for arbejdsdataene oplevede projektgruppen, at polynomier af 1. grad kunne identificere cycleslips, hvis grænsen for søgeområdets spredning blev sat til 0,11 bølger. Målingerne for 5 km og 15 km basislængder resulterede imidlertid i, at søgeområdets spredninger lå langt over grænsen på de 0,11 bølger, ligesom spredningerne er svagt stigende over tid, se figur 9.18. Projektgruppen forsøgte herefter at basere søgeområdet på et 2. gradspolynomium. Af figur 9.19 ses det, at spredningerne herefter lå markant under cycleslipgrænsen, ligesom spredningerne ikke længere steg over tid. Yderligere undersøgelser viste imidlertid, at grænseværdier på 0,11 bølger ikke efterfølgende opfangede alle cycleslips. Ved at prøve sig frem, fandt projektgruppen frem til, at en grænseværdi på 0,06 bølger var egnet.



Figur 9.18 – Søgeområdernes spredning ved sat 1 v. 1. gradspolynomium. Basislængde 15 km. [testdata] **Figur 9.19 – Søgeområdernes spredning ved sat 1 v. 2. gradspolynomium. Basislængde 15 km. [testdata]**

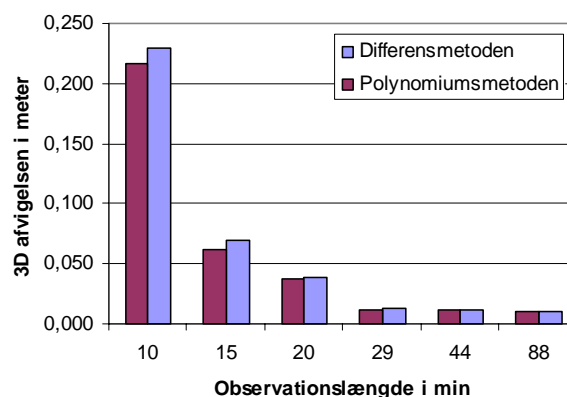
9.5 Testresultater

I det følgende vil resultaterne af projektgruppens test blive beskrevet

9.5.1 Sammenligning af de to metoder

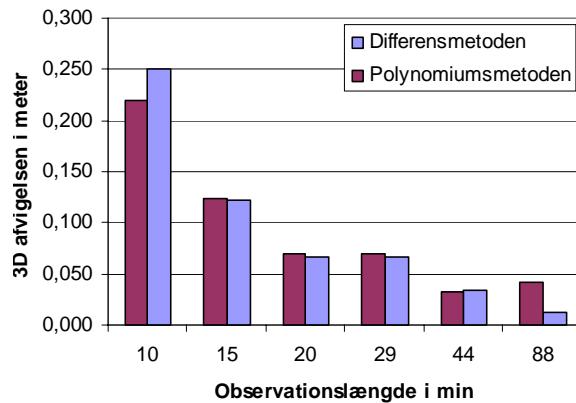
I dette afsnit vil differens- og polynomiumsmetoden blive sammenlignet. Metoderne vil blive undersøgt i forhold til de tre forskellige basislængder – 50 m, 6 km og 15 km, samt i forhold til forskellige observationlængder. Undersøgelsen vil tage udgangspunkt i 3D-afvigelser. Hvis det viser sig, at der er stor uoverensstemmelse mellem de to metoder, kan det være interessant at undersøge plan- og højdeafvigelserne. Alle figurerne i dette afsnit viser afvigelser ved fixedløsninger, og er beregnet som gennemsnittet af datasættene fra hvert interval. Det er gjort, da datagrundlaget er for beskedent til at kunne udregne spredninger. Datagrundlaget for figurerne kan ses i bilag I, hvor også floatløsningerne, antal korrigerede cycleslips, antallet af datasæt ved beregning af gennemsnit, største- og mindsteværdien ved udregningen af gennemsnittet samt nummeret på LAMBDA-kandidaten er at finde.

I testen af de 7 forskellige tidsintervaller viste det sig, at 5 min.-dataene i enkelte tilfælde var præget af store afvigelser. Projektgruppen har udeladt 5 minutters dataene af de følgende figurer, da figurerne ellers blev skaleret, så det ikke var muligt at skelne de øvrige tidsintervaller fra hinanden.



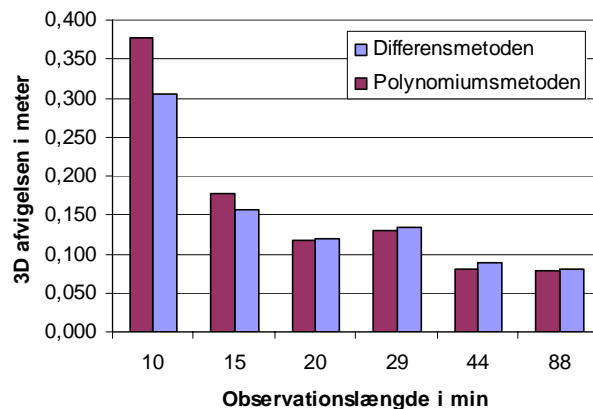
Figur 9.20 – 3D-afvigelser for differens- og polynomiumsmetoden. Basislængde 50m [testdata]

I figur 9.20 ses de resterende 6 observationsintervaller. De to metoder opnår overordnet de samme resultater, om end resultaterne ved polynomiumsmetoden er lidt bedre ved de kortere intervaller. Af figuren ses det desuden, at 3D-afvigelsen næsten halveres fra 10 min. intervallerne til 15 min intervallerne. Fra 20 min intervallerne er afvigelsen mindre end 5 cm, mens den er mindre end 2 cm efter 29 min.



Figur 9.21– 3D-afvigelser for differens- og polynomiumsmetoden. Basislængde 6 km [testdata]

I figur 9.21 ses de 6 observationsintervaller for punkt 3, der har en basislængde på 6 km. Figuren viser, at de to metoder generelt har samme afvigelse for hvert enkelt interval, dog opnår differensmetoden en noget bedre præcisionen ved 88 min. Det skal dog holdes for øje, at 88 min.-dataene er baseret på kun et enkelt datasæt.



Figur 9.22 – 3D-afvigelser for differens- og polynomiumsmetoden. Basislængde 15 km [testdata]

I figur 9.22 ses de 6 observationsintervaller for punkt 4, der har en basislængde på 15 km. Her er billedet ligesom ved de to foregående punkter, at de to metoder generelt opnår ens afvigelser.

9.5.2 Observationstid og basislængde

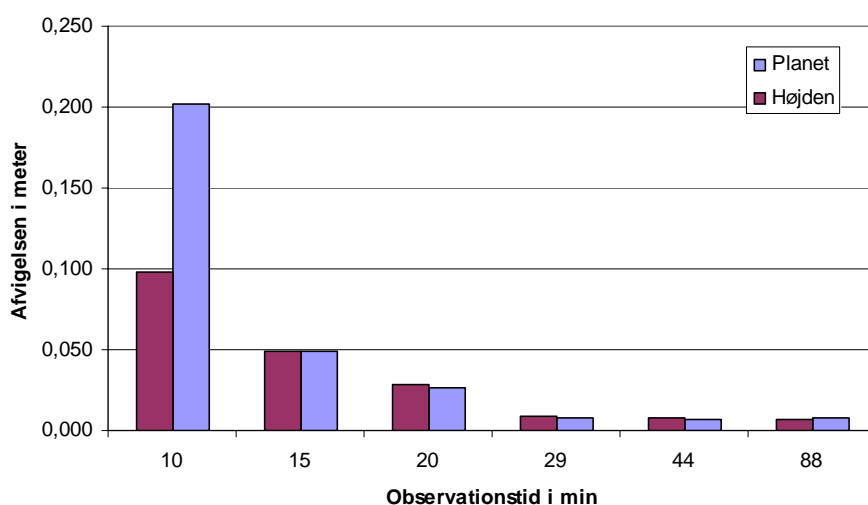
Eftersom de to metoder generelt opnår samme afvigelser, har projektgruppen valgt blot at undersøge en af metoderne mht. observationstidens og basislængdens påvirkning af afvigelsen, da det må formodes, at resultaterne fra de to metoder vil være stort set ens. Projektgruppen har valgt at arbejde videre med differensmetoden, da differensmetoden har været den mest automatiserede af metoderne. Det har således ikke været nødvendigt at klippe i datasættet i differensmetodens tilfælde, som det har været nødvendigt for polynomiumsmetoden¹⁵. Ligesom i sidste afsnit er afvigelserne fra hvert tidsinterval beregnet ud fra et gennemsnit af de tilhørende observationsæt. For at kunne udtrykke afvigelserne i henholdsvis planet og højden, er afvigelserne transformeret over i et lokalt topocentrisk koordinatsystem.

¹⁵ Som nævnt i afsnittet om polynomiumsmetoden kan metoden ikke håndtere cycleslips inden for de første eller sidste 5 epoker.

Observations- og basislængdernes påvirkning af afvigelsen vil blive illustreret i en planafvigelse og i en højdeafvigelse, ligesom det var tilfældet i testen af arbejdsdataene. I dette afsnit vil observationsintervallerne på 5 min ligeledes være udeladt.

9.5.2.1 Basislængde 50 m

Af figur 9.23 fremgår henholdsvis plan- og højdeafvigelsen for basislængden på 50m. Det ses således, at afvigelsen falder markant, når observationstiden går fra 10 min. til 15 min. Ved 15 min. er både plan og højde afvigelsen under 5 cm, og ved 29 min er afvigelsen under 2 cm for både højden og planet. Dette forbedres ikke væsentligt, selvom observationstiden forøges til 44 og 88 min.



Figur 9.23 – Plan- og højdeafvigelser. Basislængde 50 m [testdata]

Det er karakteristisk for figur 9.23, at den plane afvigelse er noget større end højdeafvigelsen for 10 min. intervallerne. Projektgruppen havde umiddelbart en forventning om, at planafvigelsen ville være mindre end højdeafvigelsen grundet satellitgeometrien. Det kan imidlertid være, at de korte tidsintervaller gør, at Lambda-metoden har haft svært ved at bestemme den korrekte kombination af periodekonstanter til fixedløsningen, og at dette har haft størst indflydelse på de plane afvigelser.

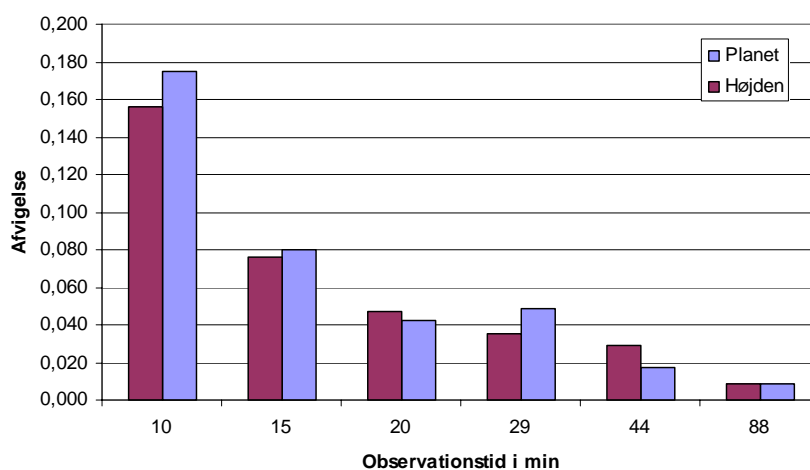
Det er tidligere i kapitlet blevet vist, at netop afvigelsen i Y-aksen¹⁶ blev meget stor, når periodekonstanterne blev valgt efter samme metode som brugt i testen med arbejdsdataene. Resultatet er da heller ikke mere mærkværdigt end, at samme tendens er set i tidligere undersøgelser. Således har KMS i 2003 undersøgt nøjagtigheden af RTK-referencen, der er et enkeltstations-RTK-system. Her var resultatet ligeledes, at højdenøjagtigheden var lidt bedre end den

¹⁶ Afvigelsen i Y-aksen er beregnet ud fra kartesiske koordinater i WGS84. Hvis afvigelserne transformeres over i et lokaltopocentrisk koordinatsystem vil langt største del af fejlen påvirke X-aksen, hvorfor fejlen vil vise sig som en planafvigelse.

plane nøjagtighed for korte basislinier. [KMS, Madsen og Villadsen, WWW, 2003], [Dueholm et al., 2005, s. 95]

9.5.2.2 Basislængde 6 km

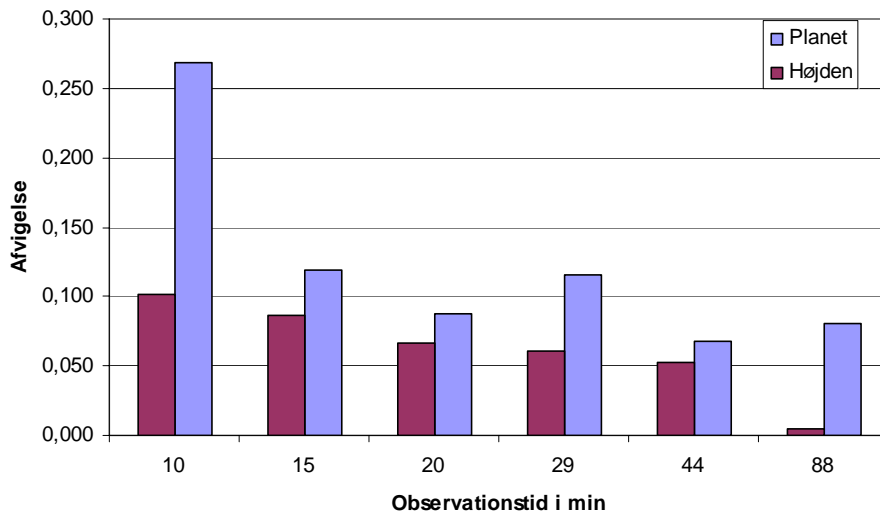
I figur 9.24 er de tidsintervaller vist, som i den tidligere figur, dog er basislængden nu forøget til 6 km. Af figuren ses det, at planafvigelsen for nogle intervaller større end højdeafvigelsen. Både plan- og højdeafvigelsen bliver igen betydelig mindre, når observationstiden går fra 10 min. til 15 min. I dette tilfælde betyder det ikke det store, om der observeres i 20 eller i 29 min. Afvigelsen bliver dog noget mindre ved observationstider på 44 og 88 min. Ved 29 og 44 min.-dataene ses det, at der er forholdsvist stor forskel på plan- og højdeafvigelsen. Dette kan skyldes datagrundlaget, da 44 min.-dataene er dannet ud fra to datasæt og 29 min ud fra tre.



Figur 9.24 – Plan- og højdeafvigelser. Basislængde 6 km [testdata]

9.5.2.3 Basislængde 15 km

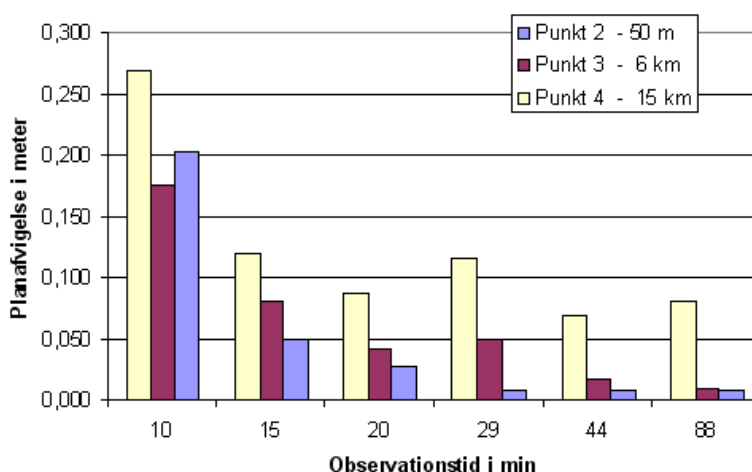
Figur 9.25 viser de samme tendenser som ved de to forrige figurer. Den plane afvigelse er betydelig mindre for observationer over 15 min. end over 10 min. Ligeledes ses det, at afvigelsen i planet er større end højdeafvigelsen ved flere tidsintervallerne. Figuren adskiller sig dog fra de forrige to figurer ved, at der allerede efter 15 min. opnås afvigelser, der ikke forbedres betydeligt ved de længere intervaller, således ligger planafvigelsen mellem 5 – 12 cm for de 5 længste tidsintervaller. Der er således ingen tydelige tendenser for, at planafvigelsen bliver mindre i takt med, at observationstiden forøges ud over 15 min. Højdeafvigelsen ligger konstant mellem 7 og 10 cm for de 4 korteste tidsintervaller. Det er først ved observationstiden på 44 min., at højdeafvigelsen kommer ned på 5 cm.



Figur 9.25 – Plan- og højdeafvigelser. Basislængde 15 km [testdata]

9.5.2.4 Sammenligning af planafvigelser

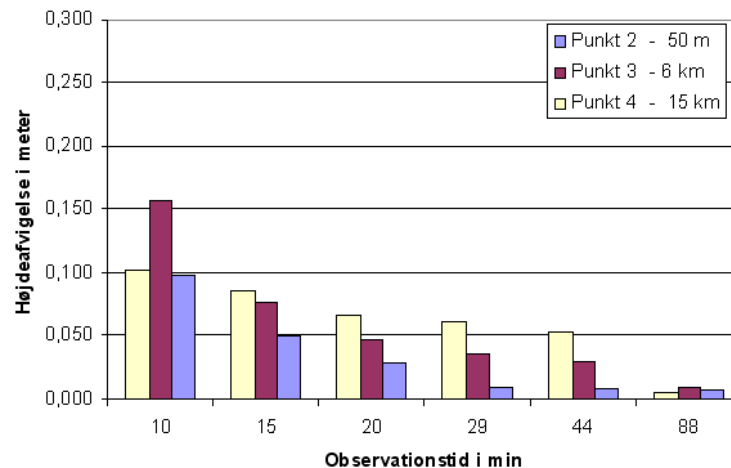
I figur 9.26 ses planafvigelserne til de kendte punkter i forhold til observations- og basislængde. Generelt ses det, at basislængder på 15 km giver en større afvigelse end ved basislængder på 50 m og 6 km. Punkt 2 og 3 varierer meget lidt fra hinanden, det ses dog, at det er tilstrækkeligt at observere i 29 min. ved basislængder på 50 m for at få en afvigelse på mindre end 2 cm. For basislængden på 6 km skal der observeres i 44 min., før der opnås en tilsvarende afvigelse. Selvom afvigelsen i punkt 2 ikke altid er mindre end afvigelsen i punkt 3, forventer projektgruppen alligevel, at dette ville være tilfælde, hvis der var indsamlet en større datamængde.



Figur 9.26 – Planafvigelser. Basislængde 50 m, 6 km og 15 km. [testdata]

9.5.2.5 Sammenligning af højdeafvigelser

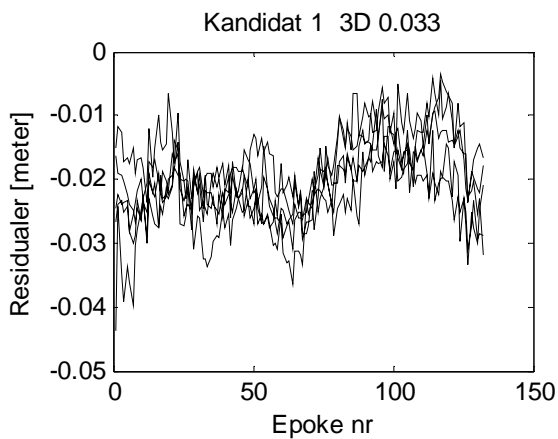
I figur 9.27 ses det, at punkt 4 med basislængden på 15 km, generelt er dårligere end de to andre basislængder. Højdeafvigelserne fra alle tre basislængder ligger stort set under 10 cm for alle tidsintervaller. Der skal dog observeres i mindst 20 min før højdeafvigelsen kommer under 5 cm for punkt 3, og i længere end 44 minutter før afvigelsen ved punkt 4 bliver mindre end 5 cm. Punkt 2 derimod ligger med en afvigelse på mindre end 5 cm ved alle intervaller på nær det korteste på 10 min.



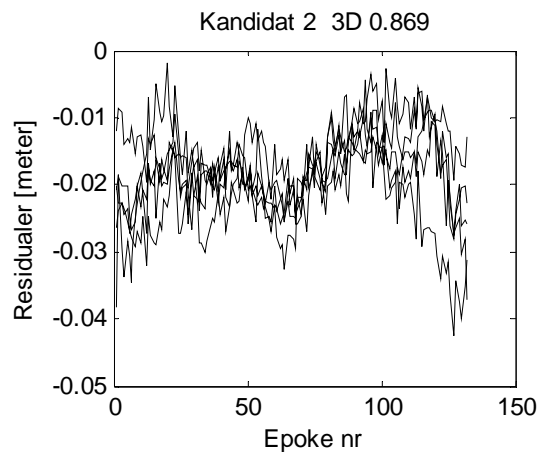
Figur 9.27 – Højdeafvigelser. Basislængder 50 m, 6 km og 15 km. [testdata]

9.5.2.6 Residualplots

Gennemsnittene af de syv tidsintervaller er baseret på fixedløsninger fra i alt 120 datasæt. Til hvert datasæt eksisterer der 10 residualplots af dobbeltdifferenserne – et residualplot fra hver Lambda-kandidat. Det er derfor alt for omfattende at vise alle plots i rapporten, og projektgruppen har valgt to residualplots ud, for derved at kunne vise forskellen på to LAMBDA-kandidater. Det drejer sig om residualplots baseret på 44 min.-dataene og ved en basislængde på 6 km. Residualplottet i figur 9.28 viser første LAMBDA-kandidat, mens figur 9.29 viser anden LAMBDA-kandidat. Af figurerne ses det, at første kandidat har en 3D-afvigelse på 0,033m mens kandidat 2 har en 3D-afvigelse på 0,869m. Der må derfor formodes, at Lambda-kandidat 1 består af den korrekte kombination af periodekonstanter. Det er imidlertid svært ud fra residualplots at bestemme, hvilken af de to kandidater, der indeholder den korrekte kombination. Hvis spredningen på vægtenheden udregnes for residualerne i de to figurer, fås da også næsten samme resultat. Således bliver $\sigma_0 = 0,012m$ for kandidat 1 og $\sigma_0 = 0,013m$ for kandidat 2.



Figur 9.28 – Residualplot for Lamda-kandidat 1. Ved 44 min data og en basislængde på 6 km.



Figur 9.29 – Residualplot for Lamda-kandidat 2. Ved 44 min data og en basislængde på 6 km.

9.6 Opsummering

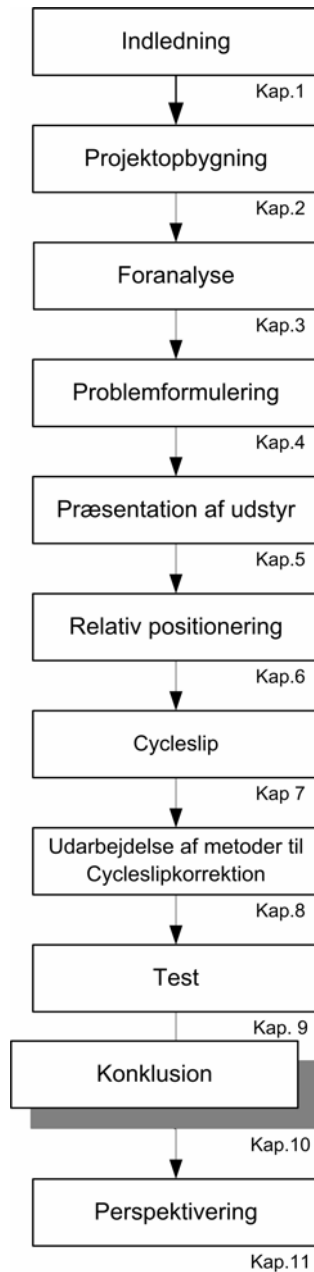
I kapitlet er resultaterne fra projektgruppens test blevet vist. Det viste sig i forbindelse med gennemførelsen af testen, at differens- og polynomiumsmetoden, som de var implementeret i MatLab, ikke uden videre kunne benyttes til denne tests data. Udover nogle rent tekniske problemer, der kunne løses i MatLab, var afvigelserne betydeligt større, end de afvigelser der fremkom igennem testen af arbejdsdataene. Det viste sig dog, at ved at integrere Lamda-metoden til udregning af fixedløsninger, kunne afvigelserne fra de problemfyldte observationssæt formindskes betydeligt. Herefter har projektgruppen foretaget den egentlige analyse af dataene. Datamængden der er benyttet er dog begrænset, og usikkerheden på resultaterne er derfor stor. Det overordnede billede var dog som forventet, jo længere observationstid jo mindre afvigelse. Mens længere basislængde giver større afvigelser. Ud fra testen tyder det på, at observationstider i figur 9.30 er anbefalelsesværdige. Ved anbefalingerne er det blevet lagt vægt på, at afvigelsen i planet og højden skal ligge på enten 2 cm., 5 cm., 10 cm eller 20 cm.

	50 m	6 km	15 km
2 cm – plan/højde	29 min	88 min	Ikke muligt
5 cm – plan/højde	15 min	20 min	Ikke muligt
10 cm – plan/højde	15 min	15 min	20 min
20 cm – plan/højde	10 min	10 min	15 min

Figur 9.30 – Anbefalede observationstider for at opnå afvigelser ned til enten 2, 5, 10 eller 20 cm's afvigelse

Kapitel 10

Konklusion



10 Konklusion

Dette projekt beskrevet muligheden for at foretage fasemålinger med den billige, håndholdte GPS-modtager Garmin 12XL. Igennem foranalysen blev det konstateret, at Garmin 12XL arbejder med halve bølgelængder modsat traditionelle geodætiske GPS-modtagere, som arbejder med hele bølgelængder. Dette betød, at den bedste præcision burde kunne opnås ved at tage højde for halve bølgelængder ved bestemmelsen af periodekonstanter og behandling af cycleslips. Projektets problemformulering kom herefter til at lyde som følger:

Hvilken præcision kan projektgruppen opnå ved efterprocessing af rå GPS-observationer indsamlet med to Garmin 12XL?

Hvis Garmin-modtageren skulle kunne levere en præcision, der gør den anvendelig til landmåling, skulle målingen foregå ved relativ fasemåling. Størstedelen af de kommercielle programmer til efterprocessing af GPS-observationer forventer, at modtagerne opererer med hele bølgelængder, og derfor kan de ikke håndtere Garmin-data optimalt. Da projektgruppen derudover ønskede at få større kendskab til beregningerne, der ligger bag positionsbestemmelsen, udarbejdede projektgruppen beregningsrutiner til anvendelse med faseobservationer indsamlet med Garmin 12XL.

Først udarbejdede projektgruppen beregningsrutiner til relativ positionsbestemmelse, hvor der ikke blev taget højde for, at observationerne kunne indeholde cycleslips. Det viste sig, at roverpositionen i bedste fald kunne bestemmes med en afvigelse på et par meter. Derfor skulle der implementeres metoder til at korrigere for cycleslips, hvis præcisionen skulle forbedres

Tre metoder til cycleslipkorrektion blev udarbejdet: differensmetoden, polynomiumsmetoden og cossermetoden. Da cycleslipkorrektion ikke er indgående beskrevet i faglitteraturen, blev metoderne i høj grad udarbejdet på baggrund af et datasæt, som er indsamlet af lektor Peter Cederholm. Det lykkedes projektgruppen at udarbejde differens- og polynomiumsmetoden således, at roverpositionen kunne bestemmes indenfor 10 – 20 cm i både planet og i højden. Det lykkedes ikke at få afvigelserne ned på et tilsvarende niveau ved cossermetoden.

Under udarbejdelsen af metoderne viste det sig, at der ved enkelte satellitter var epoker uden observationer. Projektgruppen forsøgte at løse denne hulproblematik ved at ekstrapolere værdier for dobbeltdifferenserne forbi datahullerne vha. et førstegradspolynomium. Projektgruppen erfarede dog, at der kunne opstå problemer ved ekstrapolationen. Dels fordi dobbeltdifferenserne ikke altid udvikler sig lineært over tid, og dels fordi usikkerheden ved en ekstrapolation vokser i takt med hullets størrelse. Projektgruppen vurderer derfor, at det ville have været en bedre løsning at bestemme en ny periodekonstant til dobbeltdifferensen efter et datahul. Dette er dog af tidsmæssige årsager ikke blevet gennemført. Der opstod ligeledes datahuller

ved projektgruppens test, hvor dataindsamlingen strakte sig over 1½ time. Projektgruppen tog konsekvensen af, at metoderne ikke var i stand til at håndterede datahuller tilfredsstillende, og hullerne blev derfor fjernet fra datasættet.

For at besvare problemformuleringen er der stillet to delspørgsmål:

- **Hvilken sammenhæng er der mellem observationstid og præcisionen?**
- **Hvilken sammenhæng er der mellem basislængden og præcisionen?**

Under beregningerne med den indsamlede data viste det sig, at afvigelserne var væsentligt større end forventet. Efter en del overvejelser over, hvad dette kunne skyldes, viste det sig, at problemet var bestemmelsen af periodekonstanter ved fixedløsningen. Løsningen blev at anvende LAMBDA-metoden til at bestemme en række mulige periodekonstantkombinationer. Projektgruppen valgte LAMDBA-kandidaten med den mindste 3D-afvigelse som den korrekte bestemmelse af periodekonstanter. Det er klart, at denne metode ikke kan benyttes i praksis, da hele formålet med opmålingen netop er at bestemme roverpositionen. Projektgruppen har dog alligevel valgt denne fremgangsmåde, da den viser Garmin-modtagerens potentiale. Det må så være op til senere undersøgelser at finde en metode til udvælgelse af den bedste kandidat.

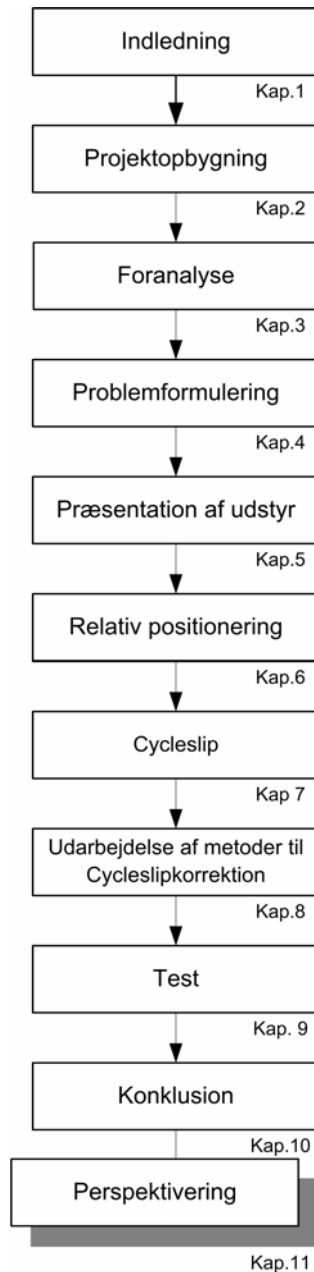
	50 m	6 km	15 km
2 cm – plan/højde	29 min	88 min	Ikke muligt
5 cm – plan/højde	15 min	20 min	Ikke muligt
10 cm – plan/højde	15 min	15 min	20 min
20 cm – plan/højde	10 min	10 min	15 min

Figur 10.1 – Anbefalede observationstider for at opnå afvigelser ned til enten 2, 5, 10 eller 20 cm

I figur 10.1 ses afvigelserne for Garmin-modtageren ved forskellige observationstider og basislængder. Figuren viser, at der er en sammenhæng mellem observationstiden og præcisionen. Ved den korte basislinie er det ikke nødvendigt at observere længere end 30 minutter for at opnå en præcision omkring 2 centimeter i både højden og planet. Når basislængden forøges til 6 km er det nødvendigt at foretage dataindsamling i 1½ time for at opnå tilsvarende præcision. Ved den længste basislinie var det ikke muligt at få afvigelser på 5 cm i både plan og højde. Det fremgår dog af projektgruppens test, at det ved alle basislængderne er muligt at opnå en præcision, der er omkring 10 cm ved en observationstid på 20 minutter.

Kapitel 11

Perspektivering



11 Perspektivering

Målgruppen for et billigt enkeltfrekvent opmålingssystem med en anskaffelsespris til få tusinde kroner skal findes, hvor observationstiden ikke spiller en rolle. Dette vil højst sandsynligt være blandt privatpersoner, som af den ene eller anden grund ønsker at få mulighed for at kunne foretage nøjagtige opmålinger. Dette betyder, at målgruppen for denne modtager ikke vil blive væsentligt ændret. Det vil derfor være oplagt for udstyrsproducenterne at gøre rådata fra modtagere lettere tilgængelig, og benytte denne mulighed, som salgsargumenter for fremtidige topmodeller inden for håndholdte GPS'er til fritidsbrug.

Der er dog en række forbedringer, der kunne foretages ved modtageren, for at gøre den lettere at anvende til indsamling af observationer til efterprocessering. Det skal for det første være enkelt at centrere den over punktet, der skal måles. Derudover skal det være muligt at lagre observationerne i modtagerens hukommelse, så det ikke er nødvendigt at medbringe en bærbar computer. Det vil kræve software, der er enkelt at benytte, hvilket også betyder at cycleslipbehandlingen skal ske fuldautomatisk. Derudover vil det være en stor fordel, hvis det var muligt at hente referencedata via internettet, så det ikke er nødvendigt, at brugeren selv har to modtagere.

Hvis de muligheder, der er beskrevet i det ovenstående, bliver tilgængelige for private brugere i fremtiden, er der dog en række områder, hvor softwaren, skal forbedres i forhold til projektgruppens beregningsrutiner. Der skal således være mulighed for, at referencesatellitten kan skifte i løbet af opmålingsperioden, hvis en anden satellit står højere på himlen. Derudover bør der foretages en vurdering af om cycleslips skal repareres, eller om der bør beregnes en ny periodekonstant. Derudover skal cycleslipkorrektionen ske fuldautomatisk.

Udover ovenstående ændringer er det også krævet, at der findes en metode til at udvælge den bedste LAMBDA-kandidat. Ved projektgruppens test er løsningen med den mindste afvigelse til referencepunktet manuelt blevet udvalgt. Eftersom det er formålet med opmålingen at bestemme roverpunktet, er det ikke i praksis muligt at vælge LAMBDA-kandidat efter denne metode. Umiddelbart forestillede projektgruppen sig at denne udvælgelse kunne ske ud fra residualernes størrelser, men det viste sig, at løsninger med store afvigelser i forhold til referencepunktet ikke nødvendigvis havde tilsvarende større residualer end de bedste løsninger. Hvis der findes en metode til at udvælge den bedste kandidat er der også gode muligheder for, at nøjagtig positionering vha. faseobservationer bliver let tilgængelig for alle med en interesse for det.

Litteraturliste

Litteraturliste

[Bjerre, 2005]

Bjerre, Jensen, Jensen og Jørgensen. (2005). Kan Det Virkelig Ikke Blive Bedre - Et Projekt om Målekvaliteten af GPS-kodemodtagere

[Borre, 1992]

Borre, Kai. (1992). Mindste Kvadraters Princip anvendt i landmålingen Aalborg:

[Borre, 1995]

Borre, Kai. (1995). GPS i landmålingen Aalborg:

[Cederholm, 2006]

Cederholm, Peter. (2006). Relativ fasepositionering Aalborg: Aalborg Universitet Institut for Sam-fundsudvikling og Planlægning

[Cosser, 2004]

Cosser, Emily, J Hill, Chris, W Roberts, Gethin, Meng, Xiaolin, Morre, Terry og H Dodson, Allan; Bridge Monitoring With Garmin Handheld Recivers; 1'st FIG international Symposium on Engineering Surveys for construction Works and Structural Enginee-ring ; 2004;

[Dueholm, Laurentzius og Jensen, 2005]

Dueholm,Keld; Laurentzius,Mikkel; Jensen,Anna B.O. (2005). GPS (3 udgave). Nyt Teknisk Forlag

[Europa Kommissionen, WWW, (9-6-2006)]

Europa Kommissionen, (9-6-2006);

http://ec.europa.eu/dgs/energy_transport/galileo/faq/index_en.htm#12

[Galán, Antonio Taberner, WWW, (2006)]

Galán, Antonio Taberner, (2006)

<http://artico.lma.fi.upm.es/numerico/miembros/antonio/async/>

[Garmin, 1997]

Garmin. (1997). GPS 12XL Personal Navigator - Owner's Manual & Reference

[Garmin, WWW, (2006a)]

Garmin, <http://www.garmin.dk/products/description/4/48>, (1-5-2006a)

[Garmin, WWW, (2006b)]

Garmin, <http://www.garmin.com/products/gps12xl/>, (28-4-2006b)

[Glonass-center, WWW]

Glonass-center, http://www.glonass-center.ru/frame_e.html,

[Hill, 2001]

Hill, C. J., Moore, T og Dumville, M.; Carrier Phase Surveying with Garmin Handheld GPS Receivers; Survey Review Vol 36 No. 280; 2001;

[Hofmann-Wellenhof, 2001]

Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger og Collins. (2001). GPS - Theory and Practice (5. udgave). Wien: Springer-Verlag

[Jensen & Hvolby, 2001]

Jensen, Henrik Vad og Hvolby, Mads; RTK - den ultimative GPS-metode til landmålingen; Landinspektøren - Nr.1-01 - februar 2001;

[Jongeo, 1996]

Jonge,Paul de; Tiberius,Christian. (1996).

The LAMBDA method for integer ambiguity estimation: implementation aspects

[KMS, Madsen and Villadsen, WWW]

KMS, Madsen and Villadsen, www.kms.dk, (2003)

Test af netværks RTK og enkeltstations RTK

[Leica Geosystems, 2000]

Leica Geosystems. (2000). GPS system 500 - General Guide to Static and Rapid-Static

[Leica Geosystems, WWW, (2006)]

Leica Geosystems, http://www.leica-geosystems.com/corporate/en/ndef/lgs_4710.htm, (9-4-2006)

[NavtechGPS, WWW, (10-4-2006a)]

NavtechGPS, <http://www.navtechgps.com/supply/promark3.asp>, (10-4-0006a)

[NavtechGPS, WWW, (10-4-2006b)]

NavtechGPS, <http://www.navtechgps.com/supply/promark2.asp>, (10-4-0006b)

[Pedersen, 2003]

Pedersen, Pedersen og Wind. (2003). GPS - Beregningsrutiner anvendt ved positionering med enkeltfrekvent GPS modtager; Aalborg:

[Satellite Navigation and Positioning Lab, WWW, (5-5-2006)]

Satellite Navigation and Positioning Lab,

http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/gps/gps_survey/chap7/735.htm, (5-5-2006)

[Schwieger, 2003]

Schwieger, Volker; Using Handheld GPS Receivers for Precise Positioning; 2'nd FIG Regional Conference ; 2003;

[Schwieger, 2005]

Schwieger, Volker og Gläser, Andreas; Possibilities of Low Cost GPS Technology for Precise Geodetic Applications; FIG Working Week 2005 and GSDI-8 ; 2005;

[Thales, WWW, (2006)]

Thales, <http://products.thalesnavigation.com/en/products/>, (2006)

[Xu, 2003]

Xu,Guochang (2003). GPS - Theory, Algorithms and Applications; Springer-Verlag

Bilag

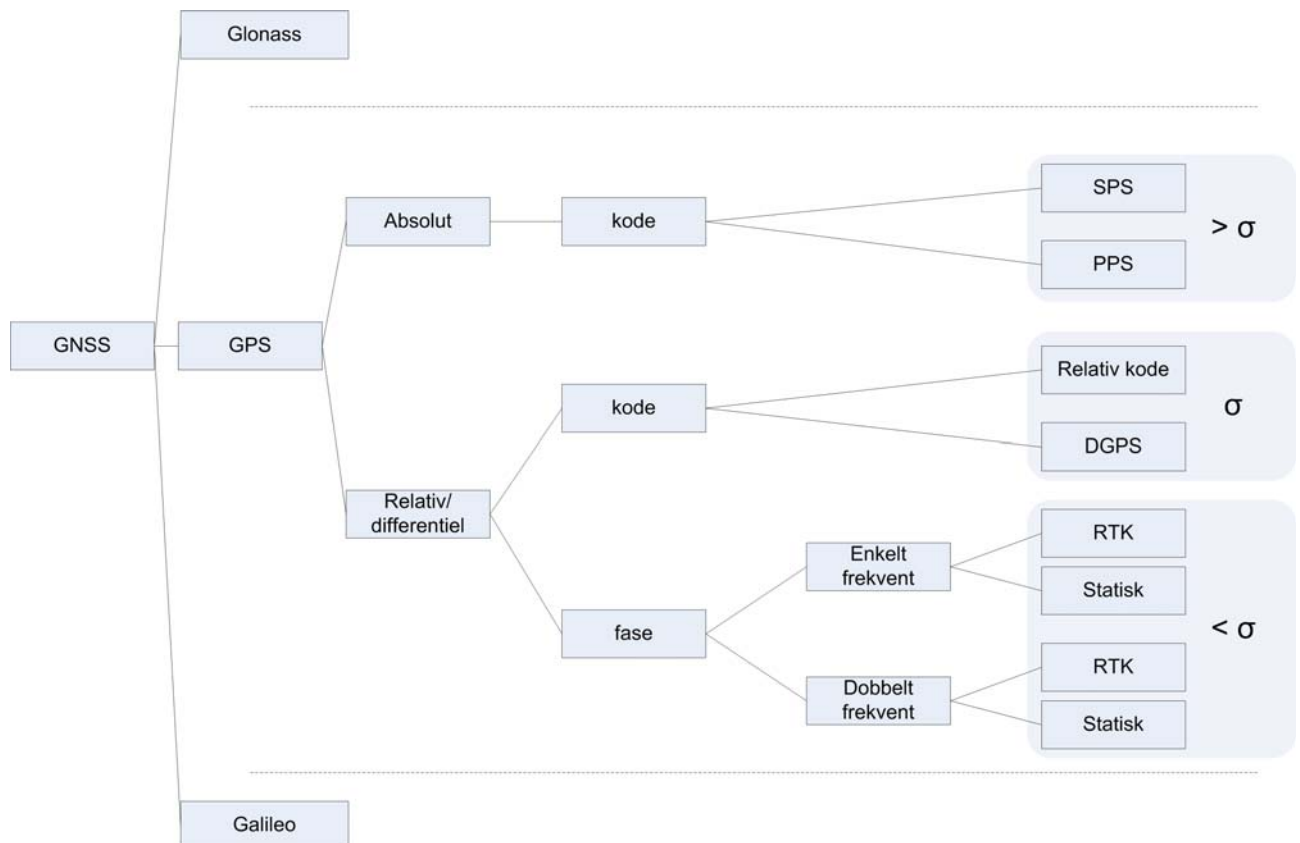
- Bilag A Målemetoder
- Bilag B Arbejdsdatasættet
- Bilag C Overordnet programopbygning
- Bilag D Residualplots (arbejdsdata)
- Bilag E Differens- og polynomiumsmetoden – diagrammer
- Bilag F Huller (Polynomiumsmetoden)
- Bilag G Vejledning fra dataindsamlingen
- Bilag H Rapporter fra GeoOffice
- Bilag I Gennemsnit for afvigelser og udregninger fra hovedtesten
- Bilag J CD

Bilag A

Målemetoder

Målemetoder

I dette bilag vil det blive redegjort for, hvad der i projektet menes, når der f.eks. siges differentiell- og relativ måling. Indenfor GPS-terminologien hersker der i nogen grad et begrebsvirvar, når målemetoder skal defineres eller blot beskrives. Begreberne er i høj grad videreført fra en artikel fra Landinspektøren, [Jensen og Hvolby, 2001, s. 101 - 107], samt fra den terminologi, der bliver benyttet på Aalborg Universitet. Af figur A:1 ses de enkelte begreber opstillet i et diagram. Dette kapitel vil forklare denne figur med vægten lagt på den del, der omhandler fase-målingen.



Figur A.1– Begrebsafklaring af GPS-begreber som de vil fremgå i projektet. σ er en relativ nøjagtighed. Inspireret af [Jensen og Hvolby, 2001, s. 162]

Den overordnede betegnelse for satellitnavigationssystemer er GNSS. I øjeblikket er der tre satellitbaserede navigationssystemer: GPS, Glonass og Galileo. Glonass er det russiske navigationssystem, der overordnet fungerer på samme måde som GPS. Glonass, som er dimensioneret til at bestå af 24 satellitter, har dog i en periode ikke været vedligeholdt, hvilket bl.a. har resulteret i, at der pt. kun er ca. 14 operations-dygtige satellitter. Det forventes dog, at Glonass er fuldt ud dimensioneret i år 2010. Galileo er det europæiske navigationssystem, der er under udvikling. Den første satellit er sendt op, og systemet skulle officielt være operationelt i 2008. Det forventes fra ESA's side, at Galileosatellitterne indeholder nyere teknologi end de nuværende GPS-satellitter. [Europa Kommissionen, WWW, 2006],[Glonass-center, WWW, 2006], [Jensen og Hvolby, 2001, s. 162 -167],[Dueholm et al., 2005]

GPS er dog det eneste af de tre navigationssystemer, der er fuldt operationelt i øjeblikket. I dette projekt er det derfor GPS-systemet, som vil blive benyttet, og den videre forklaring i forhold til figur A.1, tager ligeledes udgangspunkt i GPS-systemet.

1.1 Absolut positionering

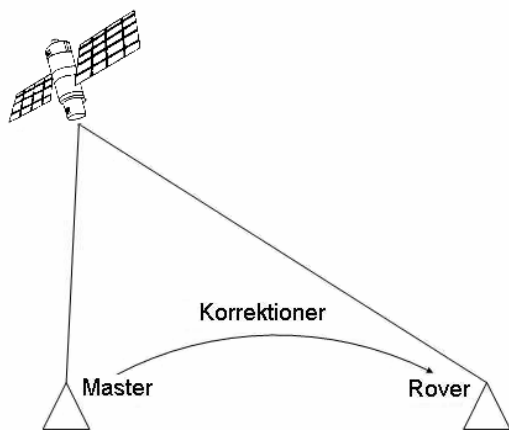
Absolut positionering foregår ved kodemåling. Kodemålingen er den hurtigste, men også den mindst nøjagtige GPS målemetode. Satellitterne udsender en C/A-kode samt en P-kode. Kodemåling foregår ved at GPS-modtageren korrelerer satellitternes udsendte kode med en tilsvarende kode i modtageren. Ud fra denne korrelation kan det beregnes, hvor lang tid kodesignalet har været om at nå fra satellitten til modtageren. Tiden kan direkte omdannes til en afstand mellem satellit og modtager ved at gange med lysets hastighed. Der er imidlertid flere fejlkilder, der påvirker kodens transmissionstid mellem satellit og modtager, ligesom synkroniseringen mellem modtagerne kan forårsage fejl. Den beregnede afstand mellem satellit og modtager er derfor fejlbehæftet og benævnes derfor pseudoafstand. I [Xu, 2003] og [Dueholm et al., 2005] kan der læses mere om fejlkilder og de dertil hørende korrektioner ved kodemåling.

Absolut positionering kan forgå ved enten Standard Positioning Service (SPS) eller Precise Positioning Service (PPS). SPS kan benyttes af alle GPS-brugere og bygger alene på C/A koden, mens PPS kun kan benyttes af det amerikanske militær pga. af en kryptering af P-koden. Nøjagtigheden ved PPS er lidt bedre end ved SPS, dette skyldes hovedsageligt at P-koden sendes på både L1 og L2 bæreølgerne, hvorved der kan foretages en bedre korrektion af fejlkilder. [Dueholm et al., 2005]

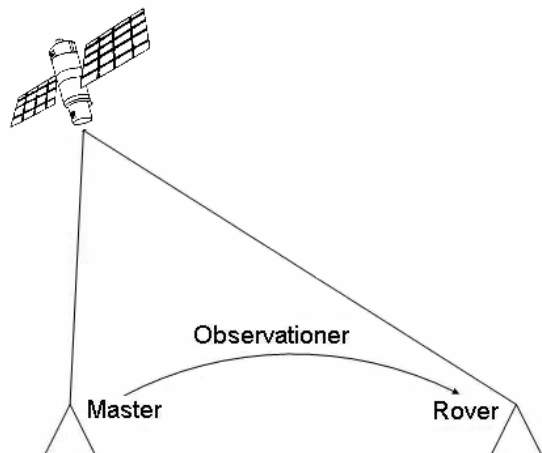
1.2 Differentiel positionering

Differentiel opmåling kræver mindst to modtagere. I det mest almindelige tilfælde, hvor der kun indgår to modtagere, står den ene modtager (masteren) i et kendt punkt, mens den anden modtager (roveren) står i det ønskede opmålingspunkt. Der er to forskellige måder, hvorpå der kan måles differentielt. DGPS er kodemåling, hvor masteren beregner, hvor meget de enkelte pseudoafstande fra satellitterne skal korrigeres. Mens relativ kodemåling og relativ fasemåling foretages ved at danne differenser mellem modtagerne og satellitterne. Forskellen mellem de to metoder er overordnet, at der ved DGPS udsendes korrektioner fra master til rover, mens der ved relativ kodemåling og fasemåling dannes dobbeltdifferenser. Dobeltdifferenser kan enten dannes ved efterprocessering eller ved realtime-måling. Ved realtime-måling overføres observationerne fra masteren til roveren, se figur A.2 og figur A.3.

Generelt gælder det for differentiel måling at afstanden mellem master og rover ikke må blive for stor, da det er en forudsætning for differentiel måling, at roveren og masteren stort set er påvirket af de samme atmosfæriske forhold. Hvis store basislængder ikke kan undgås, kan observationerne til en hvis grad korrigeres for de atmosfæriske fejl. Derudover er det kun satellitter, der er blevet observeret fra både master og rover, der kan indgå i de differentielle beregninger, hvilket også sætter naturlige grænser for basislængder. [Dueholm et al., 2005]



Figur A.2 Princippet for DGPS

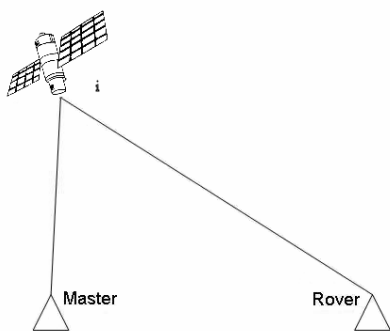


Figur A.3 Princippet ved RTK-måling

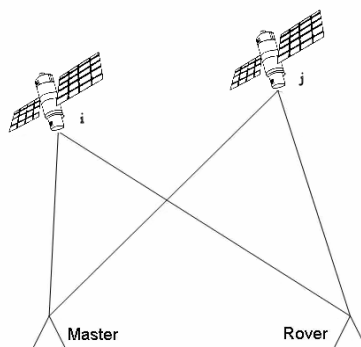
Som de fremgår af figur A.1 består differentielmåling af dels kodemåling og fasemåling. For begges vedkommende kan der dannes differencer mellem observationerne fra master og rover. Når masteren og roveren observerer til samme satellit samtidig, kan der dannes enkeltdifferenser, se figur A.4. Ved enkeltdifferens elimineres satellittens urfejl, dens banefejl og atmosfæriske forstyrrelser - forudsat at afstanden mellem master og rover ikke er for stor.

Dobbeltdifferens kan dannes, hvis der observeres til to satellitter fra to modtagere, se figur A.5. Dobbeltdifferens er i princippet blot to enkeltdifferenser, der bliver trukket fra hinanden. Ved denne procedure bliver de to modtageres urfejl ligeledes elimineret.

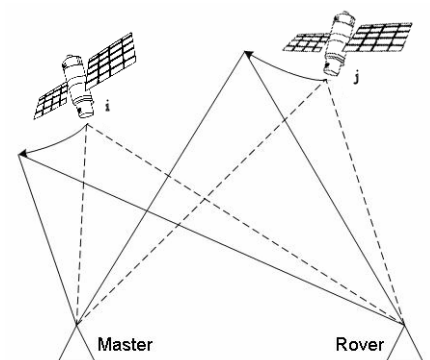
Tripeldifferens er dobbeltdifferenser til to forskellige epoker, der trækkes fra hinanden. Ved tripeldifferens elimineres periodekonstanten. Tripeldifferens er derfor et godt redskab til at lokalisere fejl i periodekonstanten. I praksis benyttes tripeldifferenser ved indledende beregningstrin til at finde grove fejl i observationerne. De egentlige positionsberegninger bliver foretaget ud fra dobbeltdifferenser. Figur A.6 illustrerer princippet ved tripeldifferens. [Dueholm et al., 2005, s. 68 - 71]



Figur A.4 Enkeltdifferens.



Figur A.5 Dobbeltdifferens.



Figur A.6 Tripeldifferens.

Enkelt- og dobbelfrekvente modtagere

Målemetoderne er i princippet de samme for enkelt - og dobbeltfrekvente modtagere. Der er dog nogle fordele ved at benytte dobbeltfrekvente modtagere, som måler på to bærebølger.

- Kortere observationstid
- Kortere initialiseringstid
- Større basislængder
- Ionosfærebidraget kan til en hvis grad fjernes
- Bedre muligheder for korrektion af cycleslip

Dobbeltfrekvente modtagere observerer på både L1 og L2, hvor enkeltfrekvente modtagere kun observerer på L1, dvs. at dobbeltfrekvente modtagere foretager dobbelt så mange observationer som enkeltfrekvente modtagere. Det kræver derfor ikke nær så lang tid at måle med dobbeltfrekvente modtagere som for enkeltfrekvente modtagere. Dobbeltfrekvente modtagere udnytter også målingerne til de to bærebølger ved initialiseringsprocessen, hvorved denne kan afkortes i forhold til enkeltfrekvente modtagere. Dobbeltfrekvente modtagere er også i stand til at formindske ionosfærebidraget, hvorfor basislængden mellem master og rover kan være længere for dobbeltfrekvente modtagere end for enkeltfrekvente modtagere. Endelig er der flere muligheder for at korrigere for cycleslip i dobbeltfrekvente modtagere, da cycleslip sker uafhængigt på de to bærebølger. For nærmere indblik i forskellene mellem enkelt- og dobbeltfrekvente modtagere henvises der til [Xu, 2003, s. 101 - 107] og [Dueholm et al., 2005, s. 75 - 81]

Observationsmetode

Indenfor relativ måling skal der også træffes afgørelse om, hvor længe der skal observeres til et vilkårligt punkt. Jo længere der observeres, jo længere når satellitterne at bevæge sig, og jo bedre vil satellitgeometrien blive. Der er dog også andre faktorer, der har indflydelse på hvor stor nøjagtighed, der bliver målt med, således spiller antallet af observerede satellitter og modtagertyper også ind. En dobbeltfrekvent modtager vil således have dobbelt så mange overbestemmelser som en enkeltfrekvent modtager, hvis der observeres over lige lang tid.

Der arbejdes med tre begreber RTK (real time kinematic), statisk måling og hurtig statisk, se figur A.7. For nærmere information henvises til [Borre, 1995, s. 108 - 113] og [Dueholm et al., 2005, s. 83 - 90]

Observationsmetode	Observationstid	Realtime/efterprocessering
RTK	Mindre end 1 min	Direkte forbindelse mellem master og rover
Hurtig statisk	5 -10 min	Observationer fra rover og master forbindes efterfølgende
Statisk	Mindre end 1 time	Observationer fra rover og master forbindes efterfølgende

Figur A.7 – Observationsmetoder [Borre, 1995, s. 108 - 113]

Bilag B

Arbejdsdatasættet

Testdataene, der er benyttet ved udarbejdelsen af projektgruppens scripts, er indsamlet af lektor Peter Cederholm. Dataene er blevet indsamlet over 25 min (08.27.00 – 08.52.00 GPST) den 25. oktober 2005 og gemt i RINEX-format. Data-indsamlingen foregik med 1 måling pr. sekund, hvorefter dataene er udtyndet, således, at der er en måling pr. 20 sekund. Første del af dette bilag er skrevet på baggrund af et GPS-kursus afholdt i 2006. [Cederholm, 2006]

Indsamlingen af dataene er foregået samtidigt i et master- og et rover punkt. Masterpunktet blev placeret over instrumentrummet i Fibigerstræde 11 Aalborg Universitet, mens roverpunktet blev placeret på taget af samme bygning i en afstand af ca. 50 meter. Roverpositionen er blevet beregnet relativt i forhold til masterpunktet, og to geodætiske GPS-modtagere er blevet benyttet til formålet. Ud fra fase- og kode målingerne på L1 og L2 er roverpositionen blevet beregnet i programmet GeoOffice. Koordinaterne til roverpositionen antages derfor at passe relativt med masterpunktet inden for ganske få millimeter. Punkterne antages at have følgende "sande" WGS84 koordinater



Figur B.1 – Fibigerstræde 11
[Cederholm, 2006, slide 6]

X 3427695,447

X 3427727,654

Masterpunktet: $Y = 603002,063$

Roverpunktet: $Y = 603033,008$

Z 5327037,238

Z 5327012,706

Modtagerne

Testdatasættet består af to datasæt. Det ene datasæt er indsamlet med to Leica system 530 GPS-modtagere, mens det andet datasæt er indsamlet med to Garmin 12XL GPS-modtagere - se figur B.1.

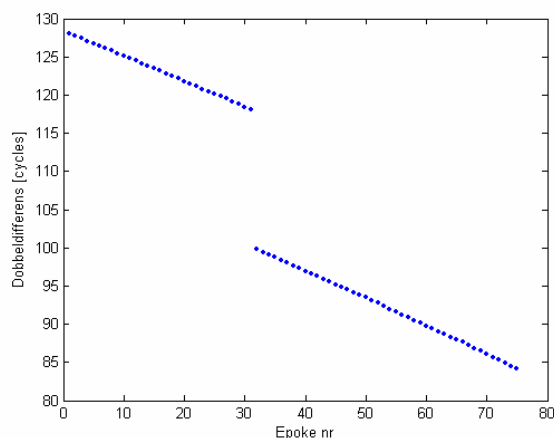
Dataene

Der er i alt blevet observeret til 8 satellitter, hvoraf en satellit kommer til efter start og en anden satellit efterfølgende forsvinder. Der er således blevet observeret til mindst 7 satellitter under hele observationsperioden – som består af 76 epoker. Datasættene for både Leica og Garmin er blevet kørt igennem de udarbejdede scripts til relativ positionering, se figur B.2.

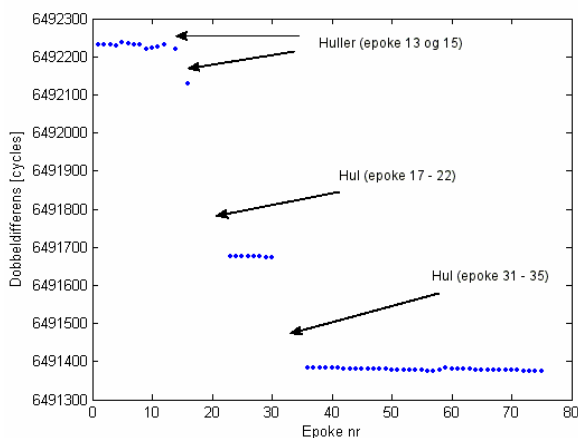
Parametre		float	fixed
Leica	Plan	4,265	7,785
Periodekonstant afrunding = 1 cycles	Højde	9,082	6,293
Garmin	Plan	149,676	149,680
Periodekonstant afrunding = 0,5 cycles	Højde	321,969	321,944

Figur B.2 – Afvigelsen mellem "det sande" punkt og det beregnede punkt [Leica- og Garmin testdata]

Det viste sig imidlertid, at de dårlige resultater primært skyldtes, at satellit 27 havde været noget ustabil i observationsperioden. Af figur B.3 og figur B.4 fremgår det, at dobbeltdifferenserne indeholder en række spring. I Garmins tilfælde er der desuden huller i datasættet. Med huller menes, at der ikke er observeret til satellitten i mindst en epoke. I det ideelle tilfælde skulle dobbeltdifferenserne give en kontinuert kurve.



Figur B.3 – Dobbeldifferenser for satellit 27 [Leica testdata]



Figur B.4 – Dobbeldifferenser for satellit 27 [Garmin testdata]

Efter at satellit 27 blev observeret blev afvigelse betydeligt mindre, se figur B.5

Parametre			float	fixed
Leica	Uden sat.	Plan	0,024	0,008
Periodekonstant afrunding = 1 cycles	27	Højde	-0,013	-0,013
Garmin	Uden sat.	Plan	1,829	1,793
Periodekonstant afrunding = 0,5 cycles	27	Højde	0,835	0,837

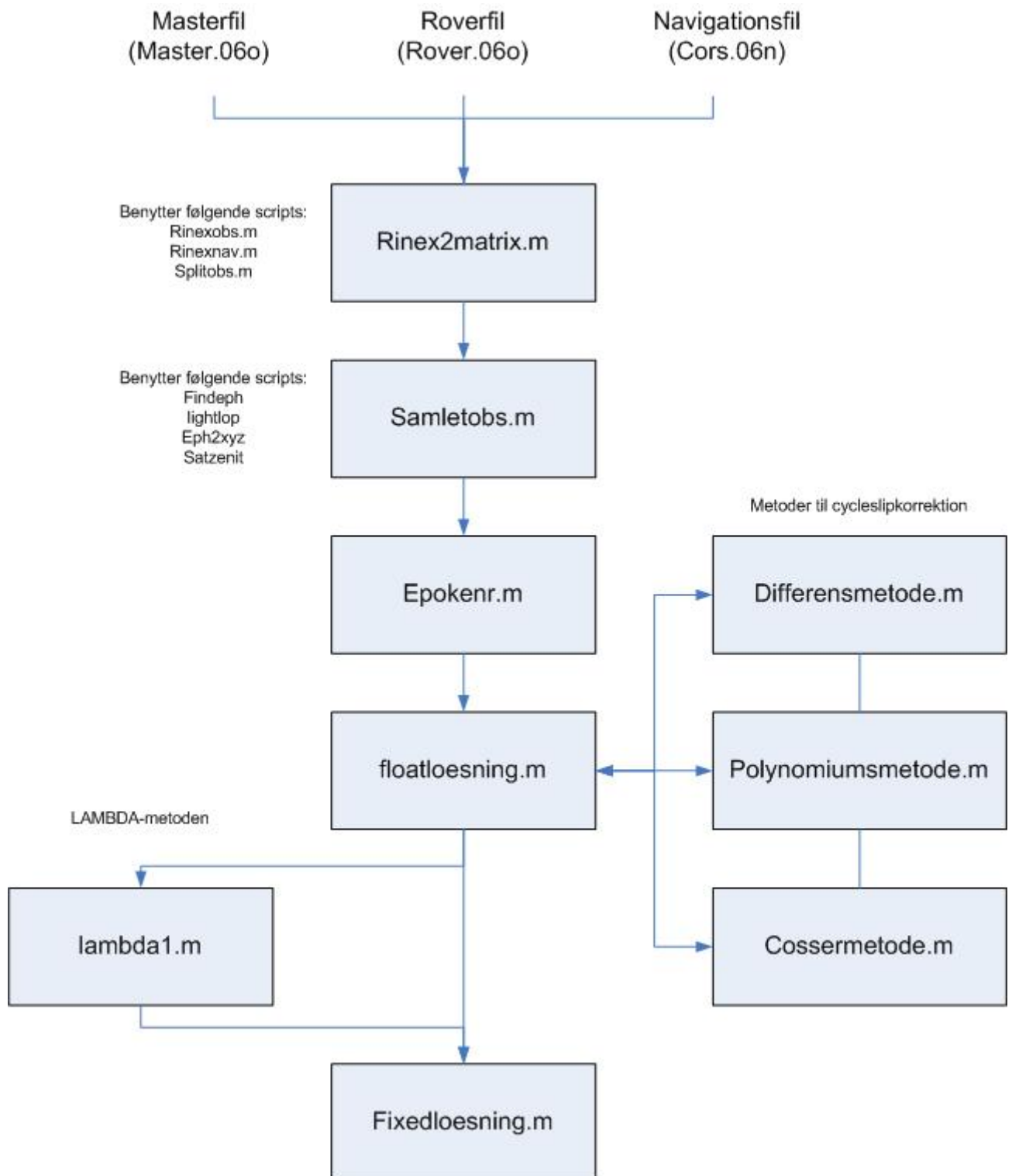
Figur B.5 – Afvigelsen mellem ”det sande” punkt og det beregnede punkt [Leica testdata]

Ved at studere satellitternes signalstyrke ses det, at Garmin roveren i lange perioder blot har en signalstyrke på 5 for satellit 27. Det er væsentlig lavere end de øvrige satellitter, der kun i ganske få tilfælde er nede på en signalstyrke på 6. En signalstyrke på 6 ser umiddelbart ud til at være tilstrækkelig. I hvert fald følger satellit 27's dobbeltdifferenser tilnærmelsesvis en kontinuert kurve de steder, hvor signalstyrken er oppe på 6.

Bilag C

Overordnet programopbygning

Overordnet programopbygning



Rinex2matrix.m

Rinex2matrix har til formål at opstille informationerne fra de indsamlede RINEX-filer i en række matricer, som derefter kan benyttes i de øvrige scripts. Som det er vist i diagrammet er inputtet til denne funktion to observationsfiler og en navigationsfil.

Samletobs.m

Denne funktion har til formål at opstille en samlet matrix, som indeholder de informationer, som skal benyttes ved beregningen af en position ved relativ fasepositionering. Hver række i matricen indeholder informationen, som hører til en enkelt satellit for en enkelt epoke. Søjlerens indhold er følgende: Epoketidspunktet, satellitnummer, Satellitkoordinater, masterobservationer og roverobservationer.

Epokenr.m

Dette script tilføjer en søjle med epokenumre i matricen, som opstilles af samletobs. Derudover bestemmes referencesatellitten ved at finde satellitten med den højeste elevationsvinkel.

Floatloesning.m

Dette script beregner en floatløsning ved brug af de informationer, som findes i matricen samlet_obs.m, som opstilles af samletobs.m. Som det fremgår af diagrammet sker cycleslipreparationerne i dette script. Disse reparationer foretages inden floatløsningen beregnes.

Lambda1.m

Dette script er en implementering af LAMBDA-metoden, og er stillet til rådighed fra Delft Universitet. Dette script anvender periodekonstanterne, som er bestemt som reelle tal i floatløsningen, og den tilhørende kovariansmatrix til at beregne en række sandsynlige bud på periodekonstanternes heltallige værdier.

Fixedloesning.m

Dette script beregner en position, hvor periodekonstanterne er afrundes til hele eller halve bølgelængder.

Funktionens navn	Udarbejdet af:	Beskrivelse
Rinex2matrix	Projektgruppen	Opstiller matricer, der indeholder dele af matricerne opstillet med rinexnav og rinexobs
Rinexobs	Cederholm	Indlæser en RINEX 2.10 observationsfil til en matrix, der indeholder observationsdata.
Rinexnav	Cederholm	Indlæser en RINEX 2.10 navigationsfil til en matrix, der indeholder navigationsdata
Splitobs	Cederholm	Opsplitter resultatmatrix produceret af "rinexobs.m" i flere matricer hver med en observationstype
Findeph	Cederholm	Finder efemeridedata til en satellit til et bestemt epoketidspunkt
Lightlop	Cederholm	Beregner transmissionstidspunkt og udbredelsestid for en GPS observation
Eph2xyz	Cederholm	Dette script beregner en satellits position i WGS84 koordinater
Satzenit	Cederholm	Bestemmer elevationsvinkel og azimuth til GPS-satellit.
Epokenr	Projektgruppen	Indsætter epokenumre i matricen, der dannes af samletobs.m
Samletobs	Projektgruppen	Danner en matrix, der indeholder epoketidspunkter, satellitnumre, satellitkoordinater, elevationsvinkel, masterobservationer og roverobservationer
Differensmetode	Projektgruppen	Cycleslipreparation vha. differensmetoden
Polynomiumsmetode	Projektgruppen	Cycleslipreparation vha. polynomiumsmetoden
Cossermetode	Projektgruppen	Cycleslipreparation vha. Cossermetoden
Floatloesning	Projektgruppen	Beregner en position, hvor periodekonstanterne bestemmes som reelle tal
Fixedloesning	Projektgruppen	Beregner en position, hvor periodekonstanterne afrundes til nærmeste hele eller halve bølgelængde.

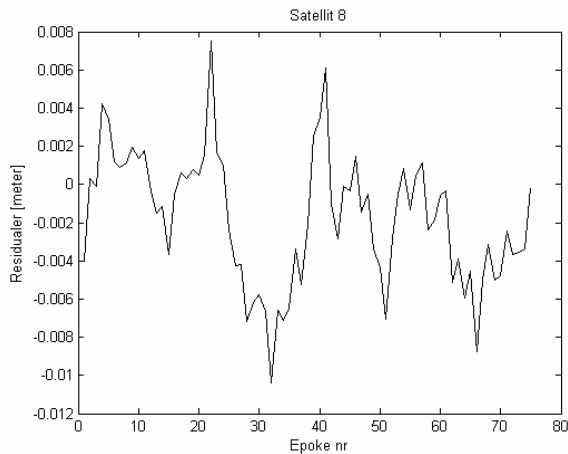
Bilag D

Residualplots (arbejdsdata)

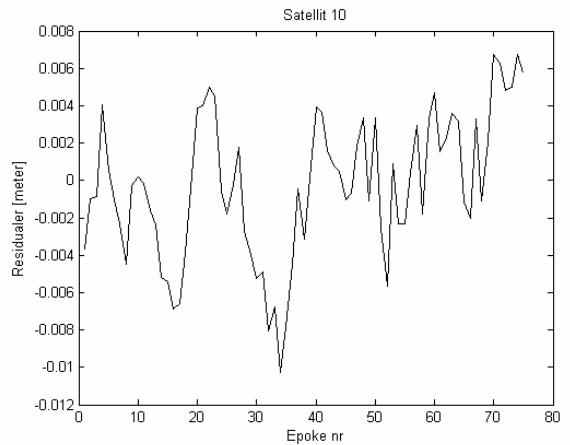
Dette bilag indeholder residualplots fra fixedløsningerne beregnet med arbejdsdatasættet. Bilaget indeholder residualplots fra løsningerne, hvor differens- og polynomiumsmetoden er anvendt ved cycleslipbehandlingen.

1) Differensmetoden

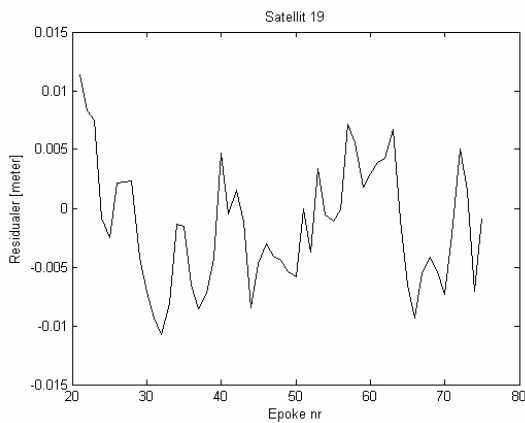
Leica-arbejdsdata



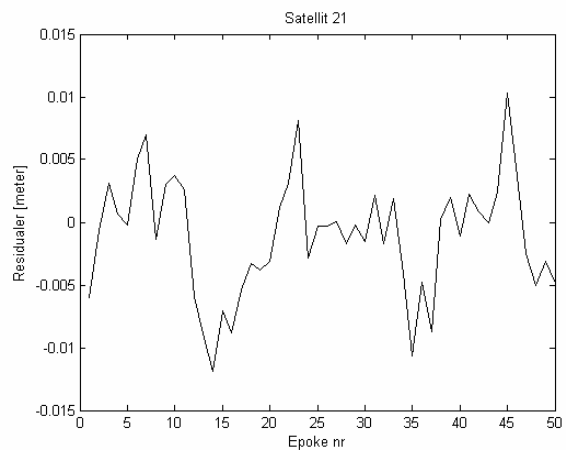
Figur B1 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 8 [Leica arbejdsdata]



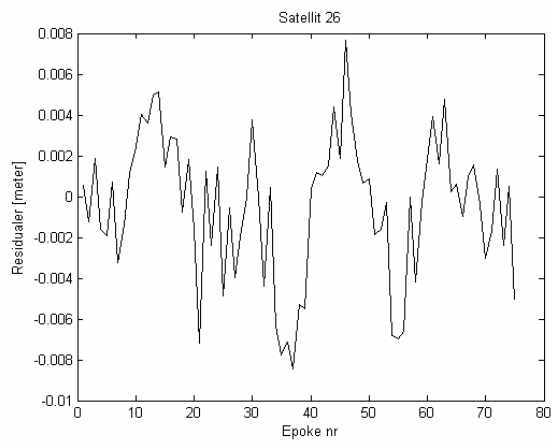
Figur B2 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 10 [Leica arbejdsdata]



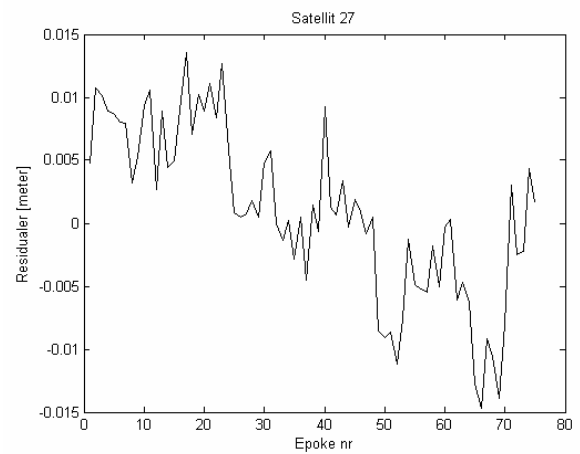
Figur B3 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 19 [Leica arbejdsdata]



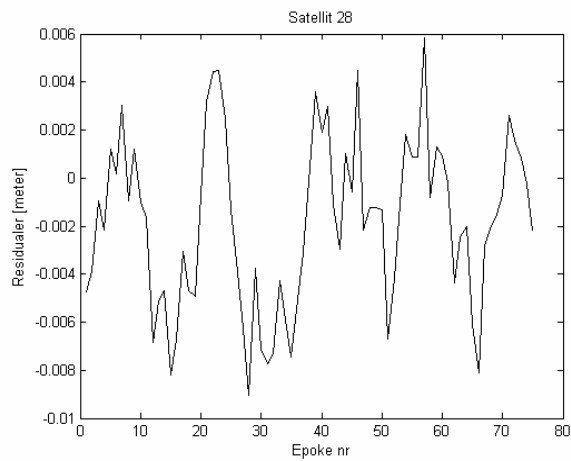
Figur B4 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 21 [Leica arbejdsdata]



Figur B5 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 26 [Leica arbejdsdata]

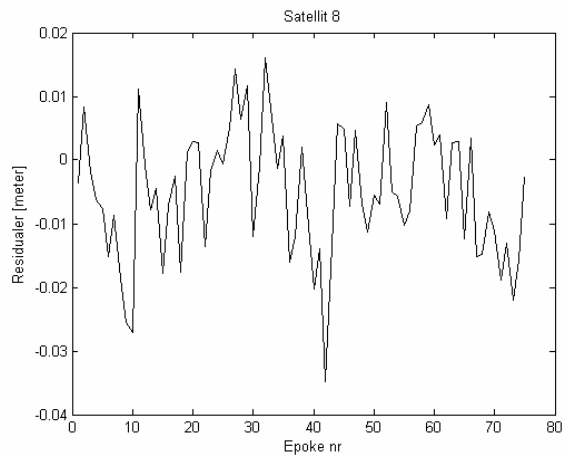


Figur B6 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 27 [Leica arbejdsdata]

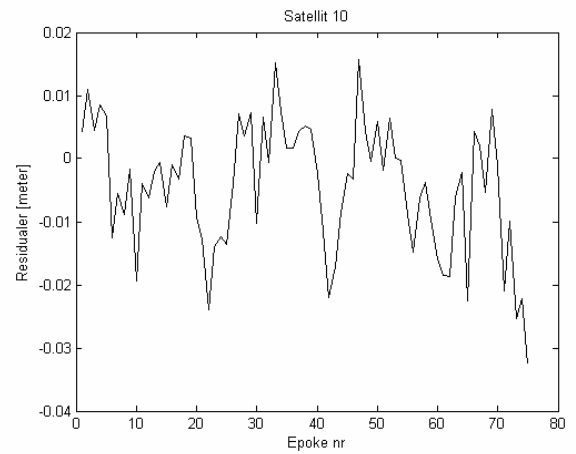


Figur B7 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 28 [Leica arbejdsdata]

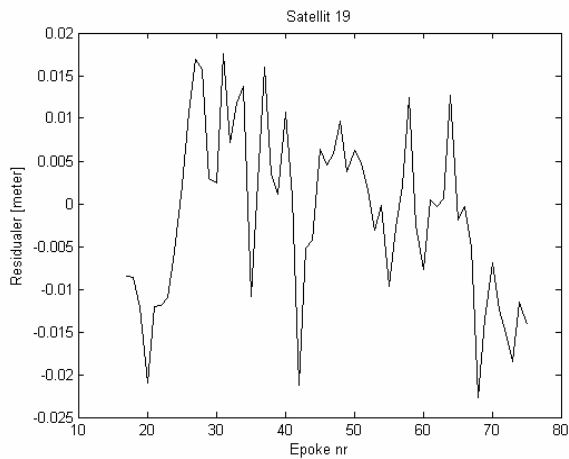
Garmin-arbejdsdata



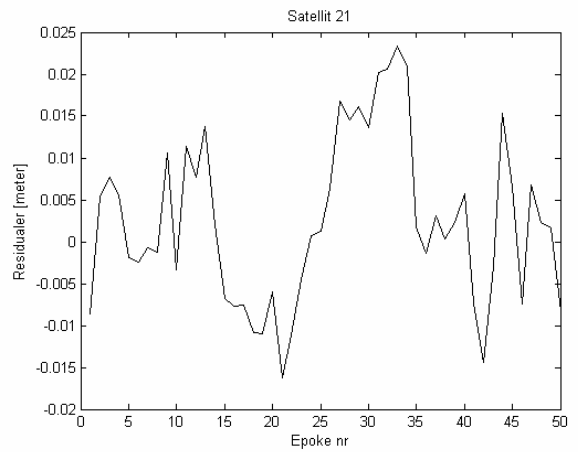
Figur B8 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 8 [Garmin arbejdsdata]



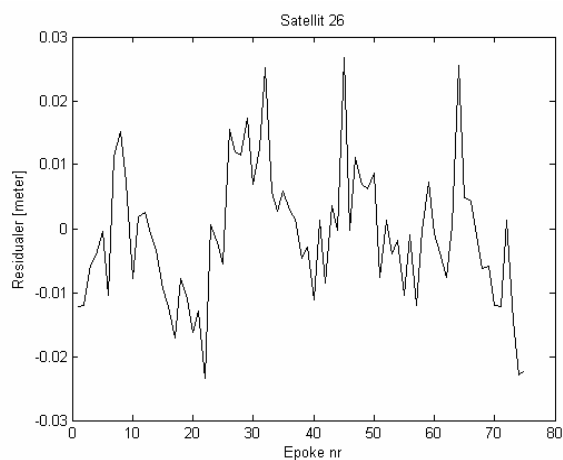
Figur B9 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 10 [Garmin arbejdsdata]



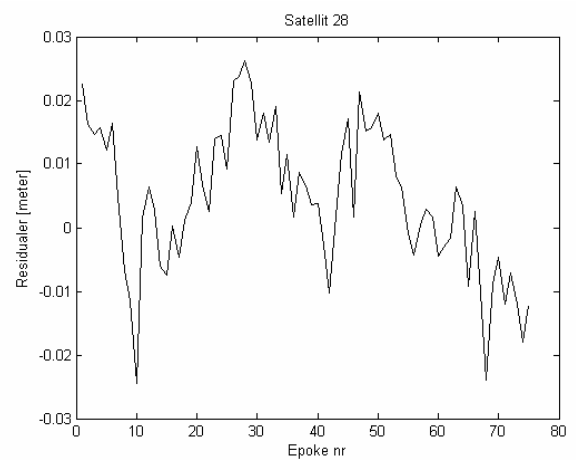
Figur B10 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 19 [Garmin arbejdsdata]



Figur B11 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 21 [Garmin arbejdsdata]



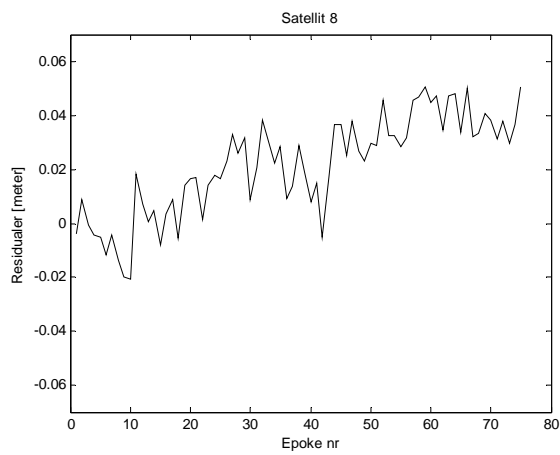
Figur B12 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 26 [Garmin arbejdsdata]



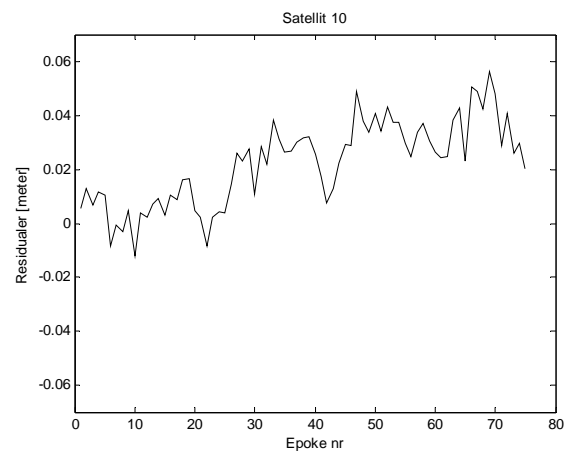
Figur B13 – Residualplot af dobbeltdifferenser mellem ref. sat (sat. 29) og sat 28 [Garmin arbejdsdata]

2) Polynomiumsmetoden

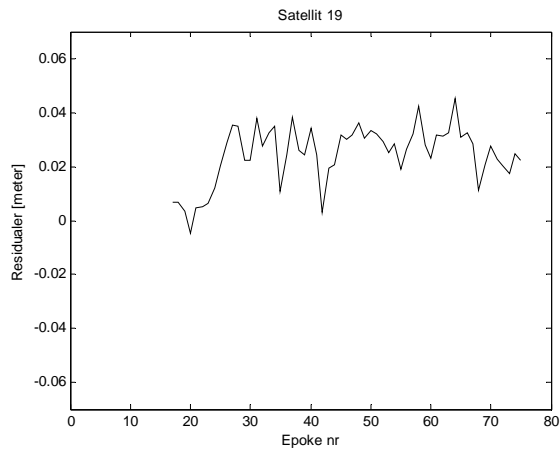
Garmin testdata – med satellit 27



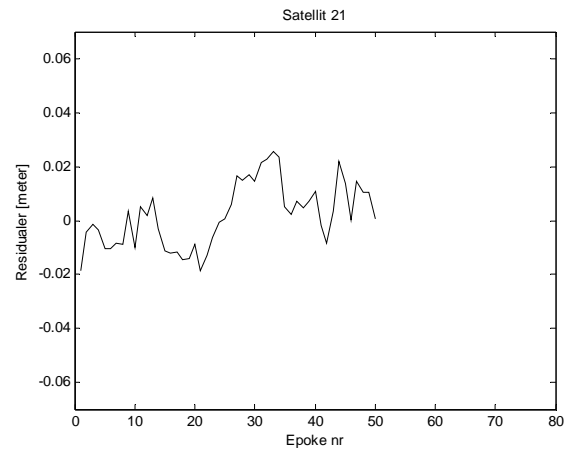
Figur B1 – Residualplot -sat 8 [garmin arbejdsdata]



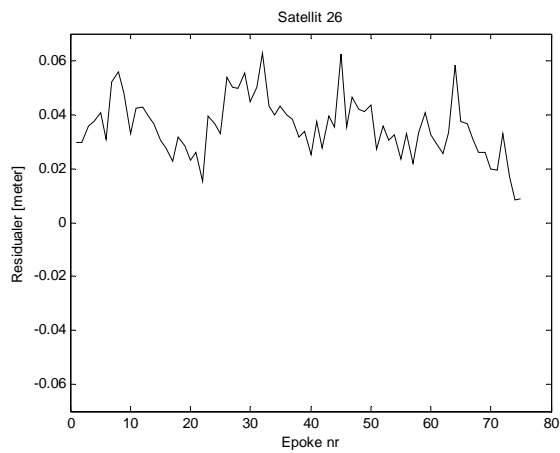
Figur B2 – Residualplot - sat 10 [garmin arbejdsdata]



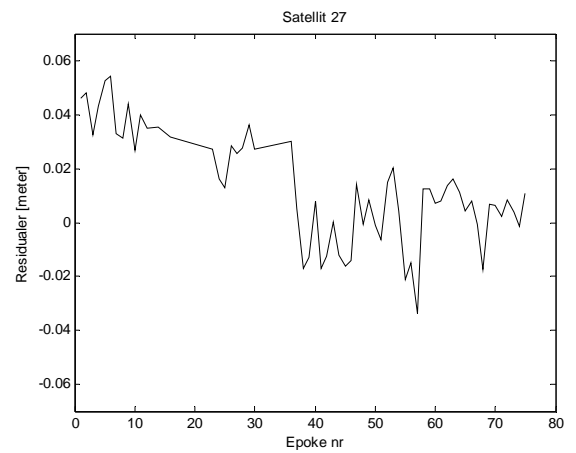
Figur B3 – Residualplot -sat 19 [garmin arbejdsdata]



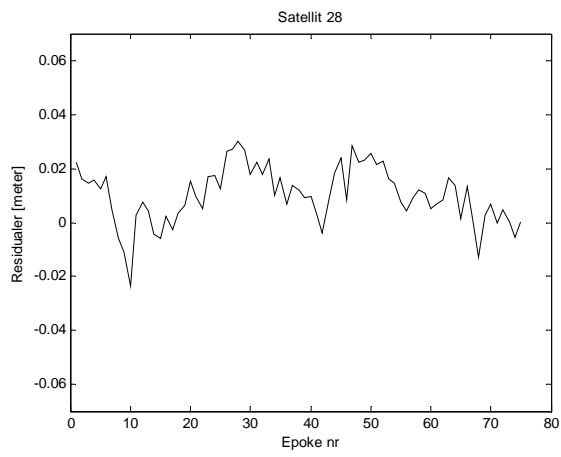
Figur B4 – Residualplot - sat 21 [garmin arbejdsdata]



Figur B5– Residualplot -sat 26 [garmin arbejdsdata]

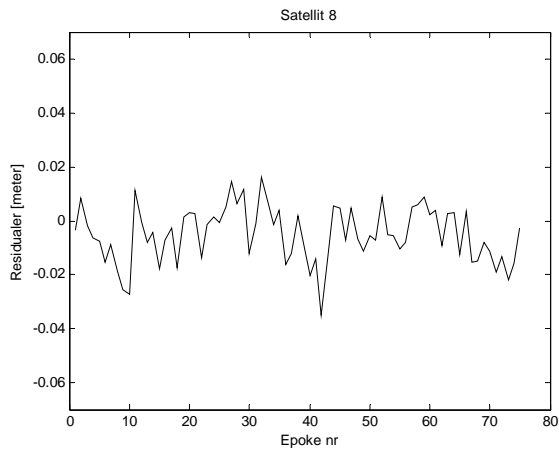


Figur B6 – Residualplot - sat 28 [garmin arbejdsdata]

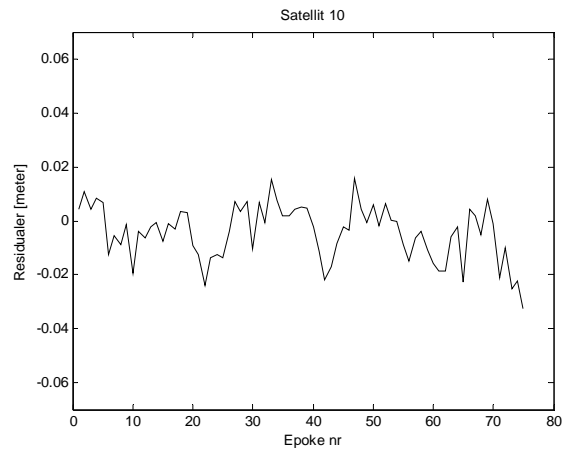


Figur B7 – Residualplot - sat 28 [garmin arbejdsdata]

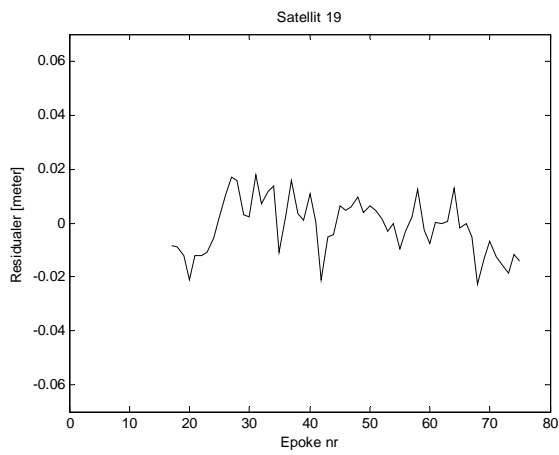
Garmin testdata – Uden satellit 27



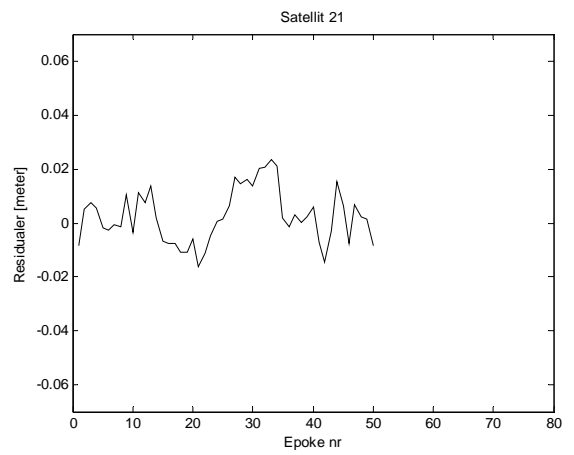
Figur B8 – Residualplot - sat 8 [garmin-testdata]



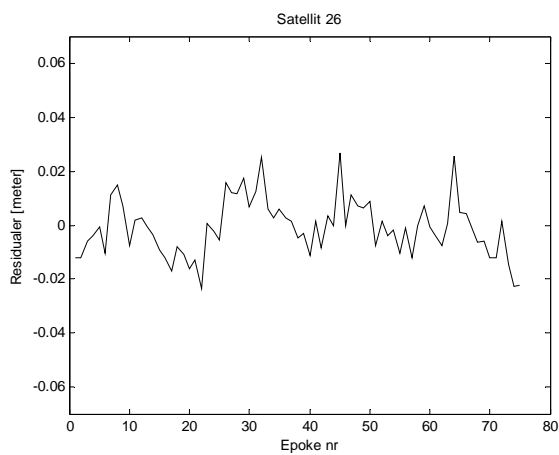
Figur B9 – Residualplot - sat 10 [garmin-testdata]



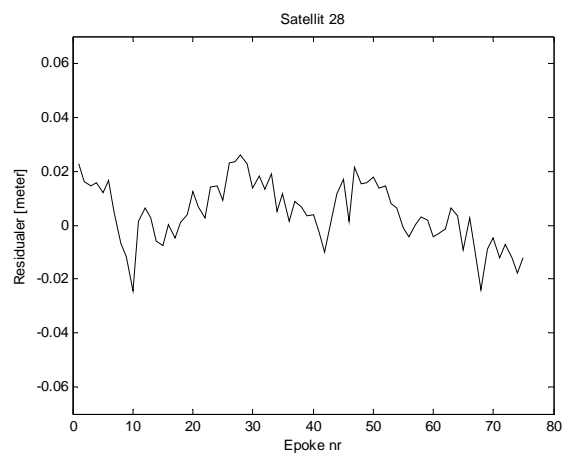
Figur B10 – Residualplot - sat 19 [garmin-testdata]



Figur B11 – Residualplot - sat 21 [garmin-testdata]



Figur B12 – Residualplot - sat 26 [garmin-testdata]

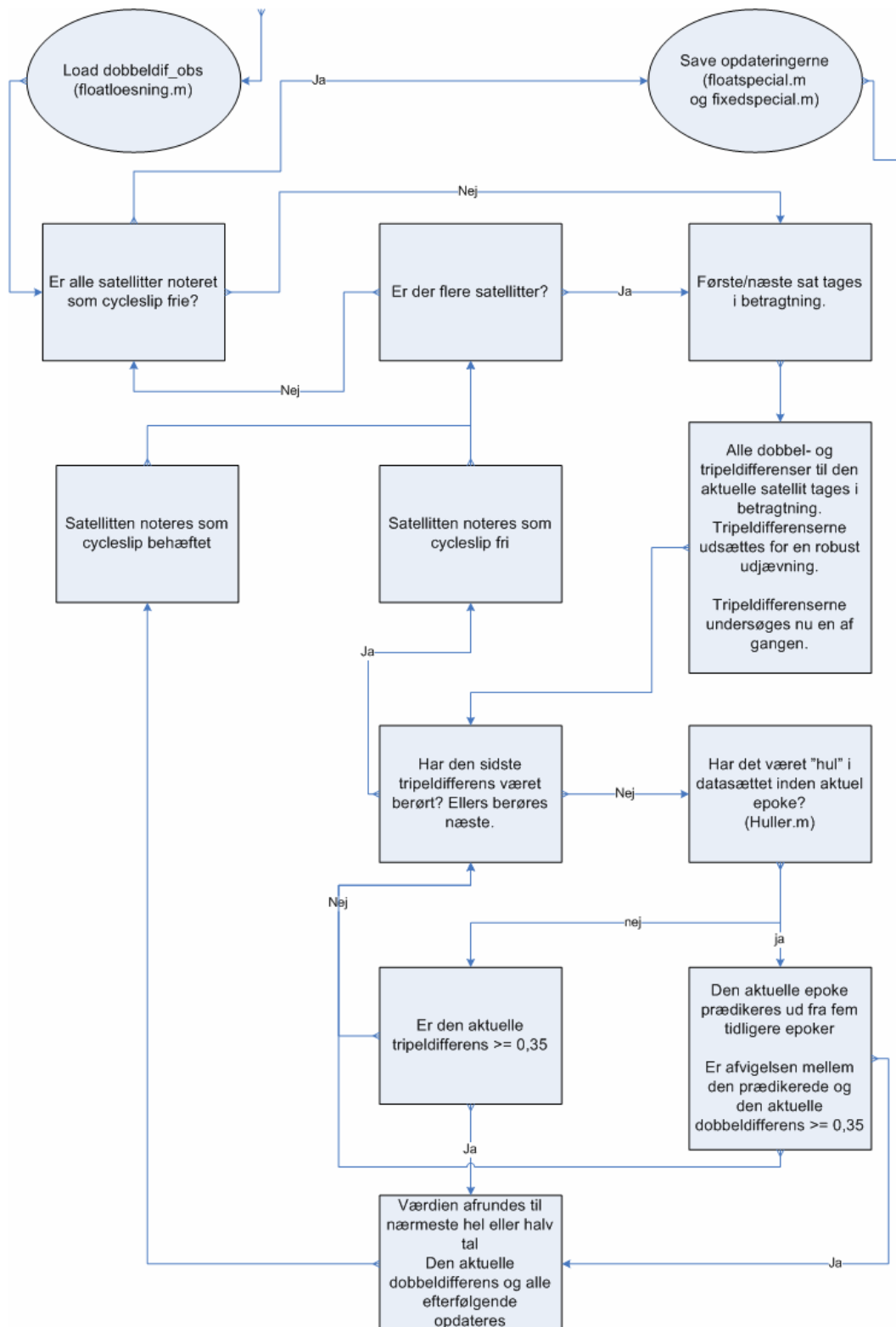


Figur B13 – Residualplot - sat 28 [garmin-testdata]

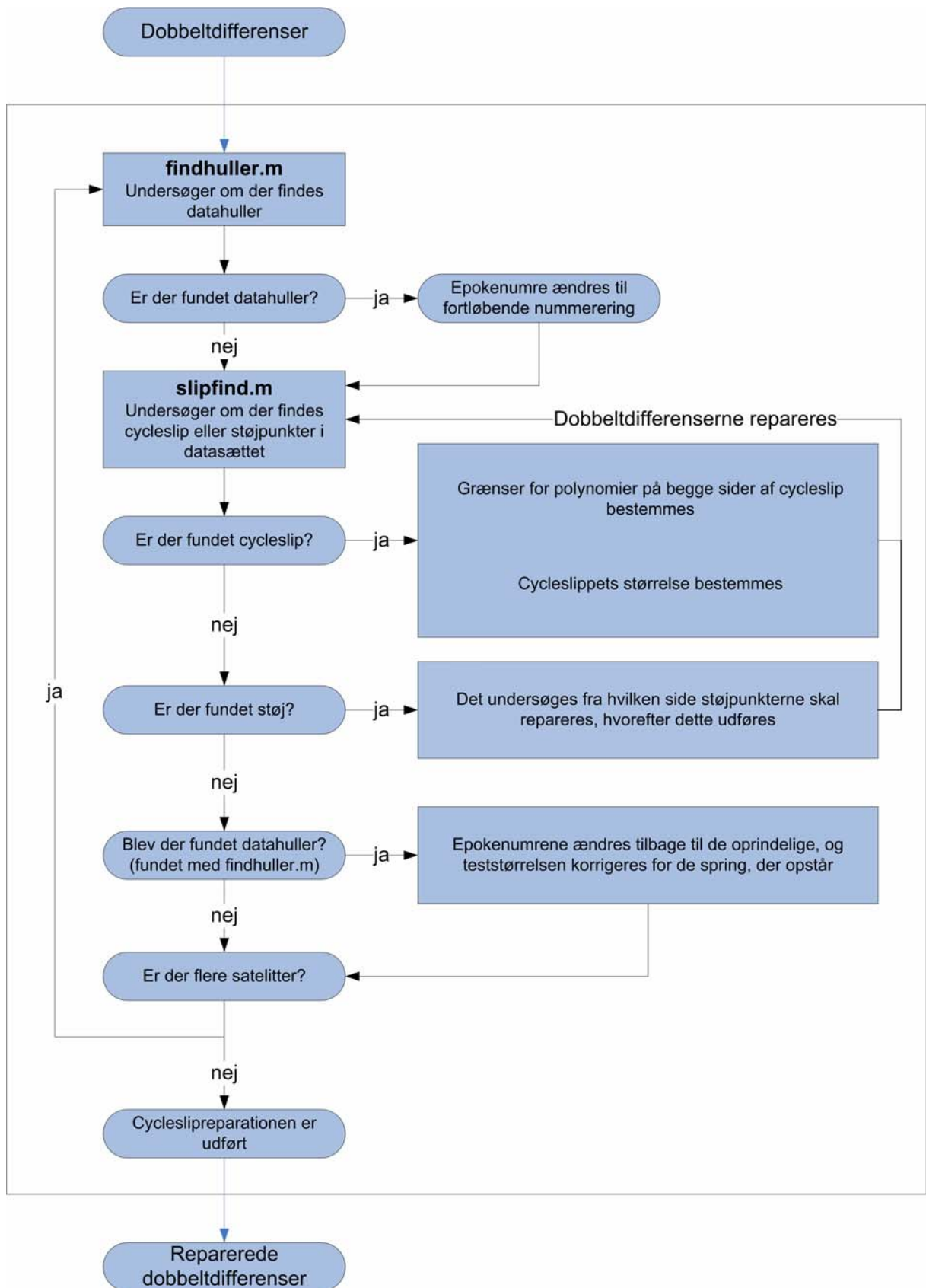
Bilag E

Differens- og polynomiumsmetoden (diagrammer)

Differensmetoden



Polynomiumsmetoden



Bilag F

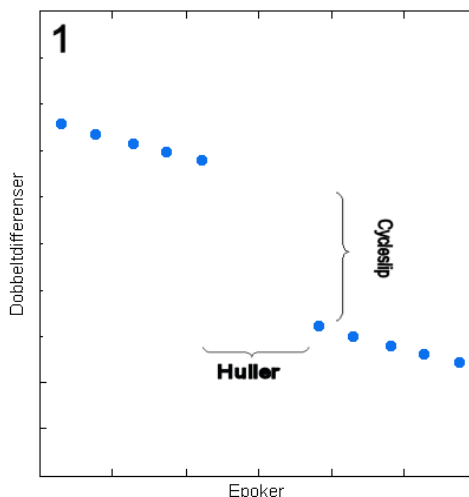
Huller (Polynomiumsметоден)

Polynomiumsmetoden – Datahuller

I dette bilag illustreres det ved en række figurer, hvordan problemet med datahuller er blevet løst ved polynomiumsmetoden. Bilaget består af fem figurer, som skridt for skridt viser, hvordan reparationen sker. Til højre for figurerne findes en beskrivelse af hvad der sker i de enkelte trin.

1.trin

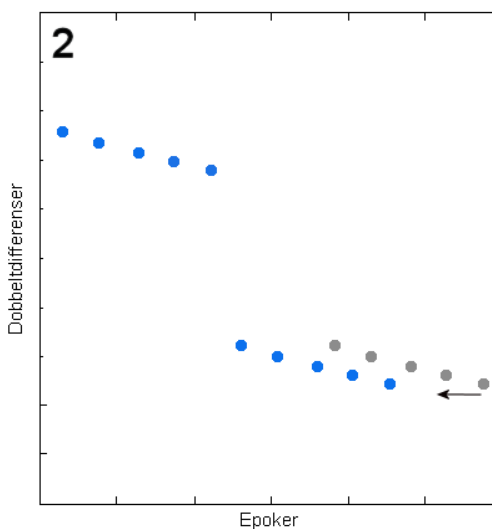
I figuren er et område med cycleslip og et datahul vist.



Figur 1 – Datahuller og cycleslip

2.trin

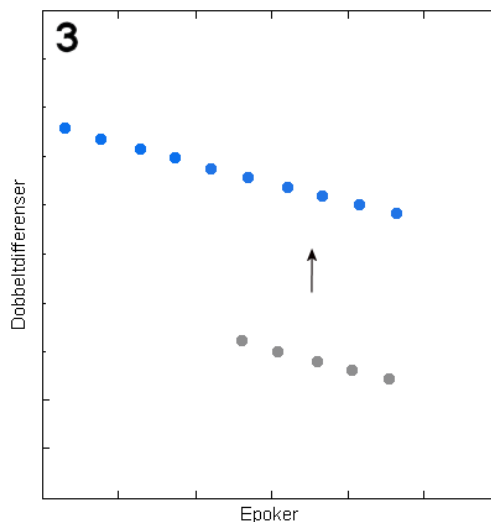
Første skridt i løsningen af problemet er derfor at fjerne hullerne. Dette er gjort ved at ændre epokenumrene så de bliver fortløbende. Det vil sige at alle dobbeltdifferenser efter et datahul forskydes, som det er vist i figur 2.



Figur 2 - Forskydning af dobbeltdifferenser

3.trin

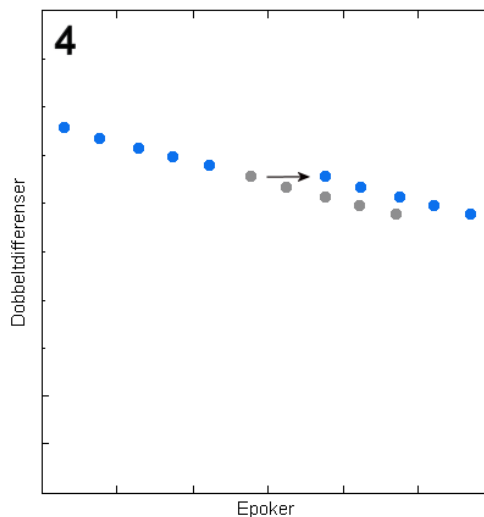
Når datahullerne er fjernet, som vist i figur 2, kan polynomiumsmetoden benyttes til at foretage reparationen. Dette sker som vist i figur 3, hvor reparationen foretages.



Figur 3 – Reparation af cycleslip

4.trin

Efter reparationen skal datahullerne genindsættes. Dette gøres ved at genindsætte de oprindelige epokenumre for dobbeltdifferenserne. I figur 4 er det vist, hvordan dette sker.

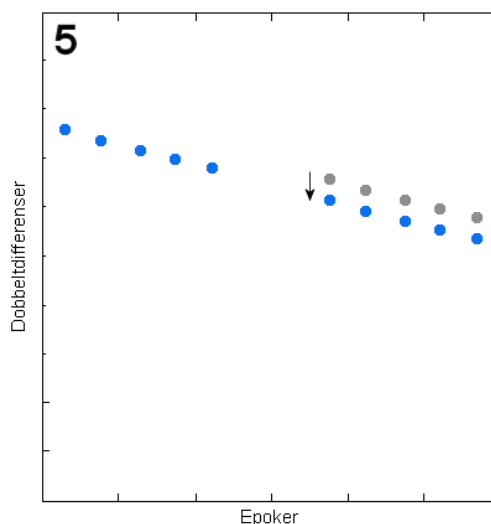


Figur 4 – Huller genindsættes

Som det ses af figuren sker der en forskydning af dobbeltdifferenserne ved ændringen af epokenumrene. Denne forskydning skal fjernes inden reparationen er fuldført.

5.trin

For at fjerne forskydningen, som er opstået genindsættelsen af datahullet beregnes forskydningens størrelse. Efterfølgende kan denne forskydning fjernes.



Figur 5 - Forskydningen ved genindsættelsen fjernes

Bilag G

Vejledning fra dataindsamling

Datainsamling – 01. juni 2006

- Pkt 1: 1 punkt over Grupperum
- Pkt 2: 1 punkt ved Anders' værksted
- Pkt 3: 1 punkt ved Sorthøj
- Pkt 4: 1 punkt ved Nørholm.

Udførsel af test:

1. måling – RTK

- 1) Tryk on
- 2) Tryk 6 – konfiguration
- 3) Vælg GPSREF (GPS referencen benyttes)
- 4) Tryk CONFIG
- 5) Vælg "4. interfaces"
- 6) Tryk F5

Vælg som vist nedenfor hvis der skal måles i forhold til GPS-Referencen⁶.

KONFIGURER\ GSM forbindelse	
Station :	Aalborg
Nummer :	29231696
Protokol :	ISDN V.110
Accept Ref :	Any Modtager
Net Baud :	9600 bps
TilsElement:	Non-Transparent

- 7) Tryk F1 to gange
- 8) Vælg "5. job"
- 9) Tryk F2 for at oprette nyt job – indtast navn på job og tryk ENTER
- 10) Tryk F1 to gange og vend dermed tilbage til hovedmenuen
- 11) vælg "1. opmåling"
- 12) tryk F6 for at vælge referencesystem – WGS84 Geodetic – Tryk OK (F1)
- 13) Tryk OK (F1)
- 14) Indstillinger vedr. opmåling:
 - Punktnr: Ved punkt 1 hedder RTK-punkterne 101, 102 osv.
 - Ved punkt 2 hedder RTK-punkterne 202, 202 osv
 - osv
 - Ant Højde Indstilles til 0 m

15) Nu er der måles.

Tryk SHIFT og derefter F4 for at ringe op til referencen

Når 3D-kvaliteten viser centimeterniveau trykkes F1 (mål) – dette gøres fem gange.

16) Tryk SHIFT og derefter F4 for at afbryde forbindelsen til referencen (telefonikonet forsvinder fra skærbilledet)

2. måling – Dataindsamling til efterprocessing

Garmin:

- 1) tryk start – kø
- 2) skriv cmd
- 3) skriv "cd.." indtil der kun står "c:\"
- 4) Skriv derefter følgende:
"async_1_23.exe -a -r -rinex -t antal_sekunder -o filnavn
ex: async_1_23.exe -a -r -rinex -t 7200 -o 010606_1.g12
- 5) Hvis den ikke vil starte skal der skal der forsøges et par gange.
- 6) Der logges data i de antal sekunder der er angivet i kommandolinien.
- 7) "Logningen" stopper selv når den er færdig

Leica:

- 1) Vælg "1. opmåling"
- 2) indstil "config set" til "HS1SEK"
- 3) vælg jobnavn
- 4) antenne "AT502 pole"
- 3) tryk F6 for at vælge referencesystem – WGS84 Geodetic – Tryk OK (F1)
- 4) Tryk OK (F1)
- 5) Indstillinger vedr. opmåling (jobnavne, pktnumre osv – se efterfølgende sider)
Ant Højde Indstilles til 0 m
- 6) tryk "mål"
- 7) "loggningen" skal stoppes når måleperioden er overstået (F1)

3. måling – RTK

se 1.måling – RTK

Pkt 1: På taget over grupperum (Master)



1. måling – RTK

Jobnavn: *rtk1a*

RTK, før dataindsamling: 101, 102, 103, 104, 105

2. måling – Dataindsamling til efterprocessing

Garmin

Jobnavn: *garmin1.g12*

Pktnr skal ikke indtastes

Leica

Jobnavn: *leica1*

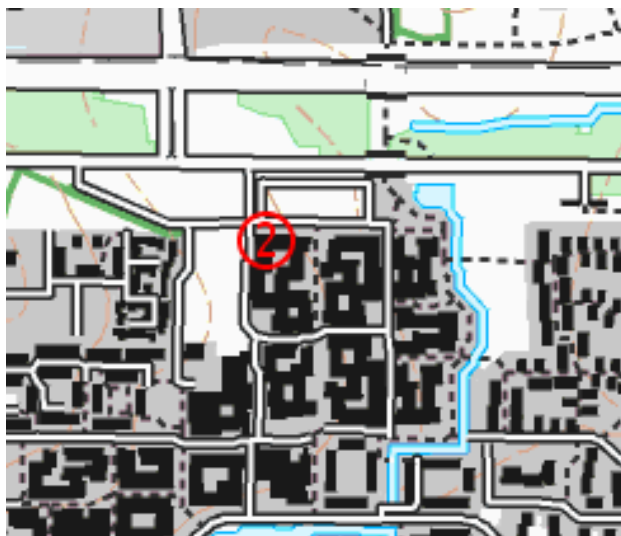
Punktnummer: 1000

3. måling – RTK

Jobnavn: *RTK1b*

RTK, efter dataindsamling: 106, 107, 108, 109, 110

Pkt 2: På taget ved Anders Otte's værksted



1. måling – RTK

Jobnavn: *rtk2a*

RTK, før dataindsamling: 201, 202, 203, 204, 205

2. måling – Dataindsamling til efterprocessing

Garmin

Jobnavn: *garmin2.g12*

Pktnr kan ikke indtastes

Leica

Jobnavn: *leica2*

Punktnummer:

2000

3. måling – RTK

Jobnavn: *RTK2b*

RTK, efter dataindsamling:

206, 207, 208, 209, 210

Pkt 3: Sorthøj (5 km)



1. måling – RTK

Jobnavn: *rtk3a*

RTK, før dataindsamling: 301, 302, 303, 404, 505

2. måling – Dataindsamling til efterprocessing

Garmin

Jobnavn: *garmin3.g12*

Pktnr kan ikke indtastes

Leica

Jobnavn: *leica2*

Punktnummer: 3000

3. måling – RTK

Jobnavn: *RTK3b*

RTK, efter dataindsamling: 306

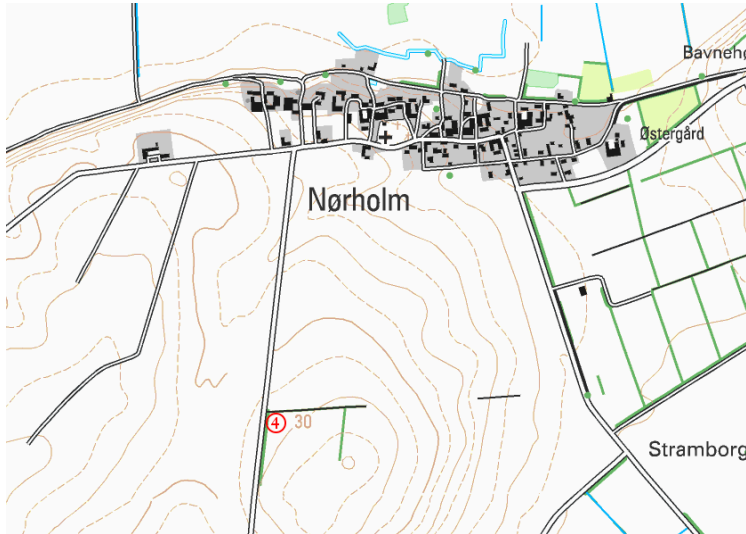
307

308

309

310

Pkt 4: Nørholm (15 km)



1. måling – RTK

Jobnavn: *rtk4a*

RTK, før dataindsamling: 401, 402, 403, 404, 405

2. måling – Dataindsamling til efterprocessing

Garmin

Jobnavn: *garmin4.g12*

Pktnr skal ikke indtastes

Leica

Jobnavn: *leica4*

Punktnummer:

4000

3. måling – RTK

Jobnavn: *RTK4b*

RTK, efter dataindsamling:

406, 407, 408, 409, 410

Oversigt over jobnavne og punktnumre

		Pkt 1 Master	Pkt 2 100 m	Pkt 3 5 km	Pkt 4 15 km
1	RTK, før - Jobnavn RTK, før - Punktnumre	<i>Rtk1a</i> 101-105	<i>Rtk2a</i> 201-205	<i>Rtk3a</i> 301-305	<i>Rtk4a</i> 401-405
2	Dataindsamling, Leica, jobnavn Dataindsamling, Leica, punktnumre	<i>Leica1</i> 1000	<i>Leica2</i> 2000	<i>Leica3</i> 3000	<i>Leica4</i> 4000
	Dataindsamling, Garmin, jobnavn Dataindsamling, Garmin, punktnumre	<i>Garmin1.g12</i> -	<i>Garmin2.g12</i> -	<i>Garmin3.g12</i> -	<i>Garmin4.g12</i> -
3	RTK, efter - Jobnavn RTK, efter - Punktnumre	<i>Rtk1b</i> 106-110	<i>Rtk2b</i> 206-210	<i>Rtk3b</i> 306-310	<i>Rtk4b</i> 406-410

Bilag H

Rapporter fra GeoOffice

GeoOffice Rapport (Grupperum-Instrumentrum)

Reference Id	1000
Rover Id	2000
Stored Status	Yes
Ambiguity Status	yes
Start	06/01/2006 10:54:05
End	06/01/2006 14:40:14
Duration	3h 46' 09''
Type	Static
Solution type	Phase
Frequency	L1 + L2
dX	-29.8400
dY	-28.4275
dZ	22.9233
Posn. Qlty	0.0000
Hgt. Qlty	0.0001
Posn. + Hgt. Qlty	0.0001
Slope Distance	47.1595
Sd. Slope Distance	0.0000
Ref. Ant. Hgt.	0.0000
Rov. Ant. Hgt.	0.0000
Sd. X	0.0000
Sd. Y	0.0000
Sd. Z	0.0001
M0	0.4279
Q11	0.00000001
Q12	0.00000000
Q13	0.00000001
Q22	0.00000000
Q23	0.00000000
Q33	0.00000002
GDOP (min)	2.0
GDOP (max)	7.2
PDOP (min)	1.8
PDOP (max)	5.7
HDOP (min)	1.0
HDOP (max)	2.6
VDOP (min)	1.4
VDOP (max)	5.1

GeoOffice Rapport (Grupperum-Sorthøj)

Reference Id	1000
Rover Id	3000
Stored Status	Yes
Ambiguity Status	yes
Start	06/01/2006 12:01:10
End	06/01/2006 13:56:30
Duration	1h 55' 20''
Type	Static
Solution type	Phase
Frequency	L1 + L2
dX	86.9627
dY	-5713.8929
dZ	623.3711
Posn. Qlty	0.0001
Hgt. Qlty	0.0001
Posn. + Hgt. Qlty	0.0002
Slope Distance	5748.4543
Sd. Slope Distance	0.0000
Ref. Ant. Hgt.	0.0000
Rov. Ant. Hgt.	0.0000
Sd. X	0.0001
Sd. Y	0.0000
Sd. Z	0.0001
M0	0.5298
Q11	0.00000003
Q12	0.00000000
Q13	0.00000002
Q22	0.00000001
Q23	0.00000000
Q33	0.00000005
GDOP (min)	2.0
GDOP (max)	5.3
PDOP (min)	1.8
PDOP (max)	4.4
HDOP (min)	1.0
HDOP (max)	2.3
VDOP (min)	1.4
VDOP (max)	3.8

GeoOffice Rapport (Grupperum-Nørholm)

Reference Id 1000
Rover Id 4000
Stored Status Yes
Ambiguity Status yes
Start 06/01/2006 11:57:40
End 06/01/2006 13:54:29
Duration 1h 56' 49''
Type Static
Solution type Phase
Frequency Iono free (L3)
dX 1453.6087
dY -15119.3938
dZ 768.9324
Posn. Qlty 0.0002
Hgt. Qlty 0.0004
Posn. + Hgt. Qlty 0.0004
Slope Distance 15208.5602
Sd. Slope Distance 0.0001
Ref. Ant. Hgt. 0.0000
Rov. Ant. Hgt. 0.0000
Sd. X 0.0002
Sd. Y 0.0001
Sd. Z 0.0003
M0 0.3710
Q11 0.00000043
Q12 0.00000000
Q13 0.00000033
Q22 0.00000013
Q23 0.00000001
Q33 0.00000084
GDOP (min) 2.0
GDOP (max) 8.0
PDOP (min) 1.8
PDOP (max) 6.3
HDOP (min) 1.0
HDOP (max) 2.3
VDOP (min) 1.4
VDOP (max) 5.9

Bilag I

**Gennemsnit for afvigelser og
udregninger fra hovedtesten**

Differensmetoden

Afvigelser mellem referencepunkt og målt punkt

WGS84/lokal topocentrisk koordinatsystem

Punkt 2 50 m

Intervaller minutter	Float					Fixed					Antal intervaller
	3D	plan	højde	max	min	3D	plan	højde	max	min	
88	0,028	0,027	0,008	0,028	0,028	0,010	0,008	0,007	0,010	0,010	1
44	0,255	0,235	0,096	0,400	0,109	0,011	0,007	0,008	0,014	0,007	2
29	0,169	0,149	0,080	0,265	0,108	0,013	0,008	0,009	0,014	0,010	3
20	0,493	0,450	0,188	1,197	0,208	0,039	0,026	0,028	0,117	0,010	4
15	0,587	0,563	0,157	1,497	0,084	0,070	0,049	0,049	0,193	0,008	5
10	0,782	0,742	0,243	1,819	0,172	0,229	0,202	0,098	0,871	0,011	8
5	0,840	0,780	0,288	2,438	0,135	0,318	0,263	0,154	1,008	0,011	17

Punkt 3 5 km

Intervaller minutter	Float					Fixed					Antal intervaller
	3D	plan	højde	max	min	3D	plan	højde	max	min	
88	0,189	0,173	0,077	0,189	0,189	0,013	0,009	0,009	0,013	0,013	1
44	0,237	0,234	0,033	0,279	0,195	0,034	0,017	0,029	0,034	0,033	2
29	0,129	0,104	0,049	0,201	0,089	0,066	0,049	0,035	0,108	0,025	3
20	0,186	0,163	0,081	0,544	0,040	0,067	0,042	0,047	0,116	0,027	4
15	0,513	0,477	0,182	1,032	0,121	0,122	0,080	0,076	0,235	0,048	5
10	0,781	0,733	0,234	2,462	0,083	0,251	0,175	0,156	0,696	0,046	8
5	4,526	4,323	1,191	51,253	0,165	3,359	3,184	0,854	48,296	0,144	17

Punkt 4 15 km

Intervaller minutter	Float					Fixed					Antal Intervaller
	3D	plan	højde	max	min	3D	plan	højde	max	min	
88	0,166	0,153	0,063	0,166	0,166	0,080	0,080	0,005	0,080	0,080	1
44	0,422	0,391	0,151	0,720	0,124	0,088	0,068	0,053	0,098	0,078	2
29	0,281	0,249	0,118	0,583	0,096	0,133	0,115	0,061	0,167	0,075	3
20	0,332	0,291	0,150	0,966	0,065	0,120	0,087	0,066	0,187	0,055	4
15	0,687	0,640	0,238	1,326	0,264	0,156	0,119	0,086	0,254	0,069	5
10	0,672	0,606	0,215	2,207	0,091	0,305	0,268	0,102	1,174	0,082	8
5	2,328	2,172	0,635	10,104	0,215	1,430	1,295	0,480	12,795	0,088	17

Polynomiumsmetoden

Afvigelser mellem referencepunkt og målt punkt

WGS84/lokal topocentrisk koordinatsystem

Punkt 2 50 m

Intervaller minutter	Float					Fixed					Antal intervaller
	3D	plan	højde	max	min	3D	plan	højde	max	min	
88	0,028	0,027	0,008	0,028	0,028	0,010	0,008	0,006	0,010	0,010	1
44	0,170	0,149	0,083	0,231	0,109	0,012	0,007	0,009	0,014	0,010	2
29	0,183	0,164	0,080	0,284	0,108	0,012	0,008	0,008	0,014	0,008	3
20	0,477	0,433	0,185	1,146	0,208	0,038	0,026	0,026	0,117	0,007	4
15	0,742	0,707	0,216	2,364	0,083	0,062	0,050	0,035	0,152	0,012	5
10	0,787	0,747	0,245	1,819	0,172	0,216	0,191	0,087	0,871	0,013	8
5	3,665	3,509	0,971	18,753	0,208	2,092	1,965	0,642	18,420	0,018	17

Punkt 3 5 km

Intervaller minutter	Float					Fixed					Antal intervaller
	3D	plan	højde	max	min	3D	plan	højde	max	min	
88	0,230	0,222	0,058	0,230	0,230	0,042	0,009	0,041	0,042	0,042	1
44	0,215	0,213	0,027	0,235	0,195	0,033	0,018	0,028	0,034	0,032	2
29	0,160	0,140	0,049	0,201	0,101	0,069	0,047	0,038	0,108	0,024	3
20	0,426	0,405	0,120	1,212	0,076	0,070	0,041	0,051	0,116	0,029	4
15	0,671	0,633	0,209	1,805	0,121	0,124	0,079	0,079	0,237	0,061	5
10	0,761	0,717	0,229	2,653	0,083	0,219	0,184	0,093	0,697	0,049	8
5	1,659	1,588	0,377	5,622	0,165	0,515	0,412	0,240	2,822	0,146	17

Punkt 4 15 km

Intervaller minutter	Float					Fixed					Antal Intervaller
	3D	plan	højde	max	min	3D	plan	højde	max	min	
88	0,081	0,062	0,052	0,081	0,081	0,079	0,042	0,067	0,079	0,079	1
44	0,319	0,286	0,138	0,514	0,124	0,080	0,063	0,046	0,082	0,078	2
29	0,142	0,095	0,100	0,165	0,122	0,130	0,112	0,065	0,167	0,067	3
20	0,445	0,402	0,172	1,154	0,087	0,117	0,085	0,065	0,187	0,055	4
15	0,600	0,549	0,233	1,233	0,119	0,178	0,144	0,083	0,252	0,078	5
10	0,917	0,837	0,287	2,207	0,159	0,377	0,352	0,094	1,174	0,084	8
5	1,815	1,684	0,524	5,099	0,196	0,783	0,701	0,236	3,063	0,108	17

Punkt 1 - Punkt 2	float			Fixed			Afvigelserne er beregnet udfra WGS84 koordinater	
	X	Y	Z	X	Y	Z	Lamda kandidat	Cycleslips
88 min	-0.025	-0.010	0.008	0.001	-0.006	0.008	1.	
44min 1	-0.016	0.085	0.067	0.001	-0.009	0.011	1.	30 cycleslips
44min 2	-0.096	-0.384	-0.057	-0.003	-0.003	-0.006	2.	3 cycleslips
29 min 1	-0.051	0.057	0.076	0.001	-0.011	0.009	1.	26 cycleslips
29 min 2	-0.003	0.119	0.063	-0.001	-0.005	0.013	1.	2 cycleslips
29 min 3	-0.098	-0.236	-0.071	-0.005	-0.003	-0.008	4.	15 cycleslips
20 min 1	-0.020	0.167	0.123	-0.105	-0.045	-0.026	3.	13 cycleslips
20 min 2	0.038	0.269	0.114	0.005	-0.011	0.009	1.	1 cycleslips
20 min 3	-0.177	-1.174	-0.153	0.000	-0.004	0.009	2.	0 cycleslips
20 min 4	-0.102	-0.228	-0.109	-0.005	-0.004	-0.013	7.	15 cycleslips
15 min 1	0.022	0.247	0.125	-0.105	-0.042	-0.028	5.	8 cycleslips
15 min 2	-0.077	-0.030	0.012	-0.004	-0.014	0.007	1.	1 cycleslips
15 min 3	-0.002	0.435	0.075	-0.006	-0.006	0.014	1.	1 cycleslips
15 min 4	-0.209	-1.469	-0.196	0.000	-0.006	0.005	5.	1 cycleslips
15 min 5	0.060	0.635	0.003	-0.158	-0.091	-0.064	9.	12 cycleslips
10 min 1	-0.025	0.229	0.048	-0.107	-0.036	-0.035	1.	7 cycleslips
10 min 2	-0.130	0.025	0.110	-0.148	0.203	-0.023	4.	0 cycleslips
10 min 3	-0.034	0.187	0.061	-0.006	-0.012	-0.001	1.	1 cycleslips
10 min 4	0.046	0.509	0.148	-0.005	-0.009	0.017	1.	0 cycleslips
10 min 5	-0.176	-0.914	-0.142	0.007	0.000	0.009	6.	0 cycleslips
10 min 6	-0.269	-1.432	-0.272	0.193	0.298	0.058	1.	6 cycleslips
10 min 7	0.140	0.854	0.110	-0.156	-0.091	-0.058	5.	7 cycleslips
10 min 8	-0.397	-1.761	-0.225	-0.173	-0.847	-0.108	1.	6 cycleslips
5 min 1	0.492	-0.018	-0.054	0.385	0.031	-0.163	1.	2 cycleslips
5 min 2	-0.025	0.604	0.265	0.081	-0.033	0.230	2.	0 cycleslips
5 min 3	-0.213	0.235	0.263	-0.056	-0.156	0.290	2.	0 cycleslips
5 min 4	0.050	-0.163	-0.106	0.025	0.231	0.229	8.	1 cycleslips
5 min 5	-0.057	-0.232	-0.174	-0.288	0.068	0.020	4.	0 cycleslips
5 min 6	0.135	-0.357	-0.057	-0.007	-0.010	0.014	6.	0 cycleslips
5 min 7	0.207	1.104	0.276	-0.007	-0.013	0.013	8.	0 cycleslips
5 min 8	0.026	0.213	-0.069	-0.161	-0.046	0.178	5.	0 cycleslips
5 min 9	-0.325	-1.396	-0.338	-0.020	0.122	0.339	10.	0 cycleslips
5 min 10	0.183	0.263	0.149	0.010	-0.003	-0.003	4.	0 cycleslips
5 min 11	0.026	-0.348	0.078	0.182	-0.153	0.105	4.	3 cycleslips
5 min 12	0.026	-0.348	0.078	0.182	-0.153	0.105	4.	5 cycleslips
5 min 13	0.401	2.354	0.494	-0.148	-0.091	-0.056	6.	5 cycleslips
5 min 14	-0.568	-2.001	-0.083	-0.420	-0.640	-0.135	2.	2 cycleslips
5 min 15	-0.603	-1.755	-0.430	-0.470	-0.878	-0.157	9.	2 cycleslips
5 min 16	-0.236	-1.331	0.005	0.086	-0.285	-0.021	1.	1 cycleslips
5 min 17	-0.124	0.050	-0.018	-0.299	-0.070	0.137	4.	1 cycleslips

4 cycleslips

Punkt 1 - Punkt 3

	Float			Fixed			
	X	Y	Z	X	Y	Z	
88 min	-0.027	-0.179	-0.054	0.005	0.010	0.007	3.
44min 1	-0.020	-0.193	-0.015	-0.003	-0.002	-0.034	4.
44min 2	0.045	0.274	-0.030	-0.001	0.002	-0.033	1.
29 min 1	-0.045	-0.196	-0.006	-0.070	0.037	0.073	9.
29 min 2	-0.030	-0.011	-0.083	-0.013	0.001	-0.065	1.
29 min 3	0.009	0.092	-0.032	0.004	0.004	-0.024	2.
20 min 1	-0.043	-0.068	0.024	-0.057	0.043	0.091	3.
20 min 2	0.028	-0.070	0.009	-0.010	-0.001	-0.059	1.
20 min 3	-0.107	-0.499	-0.189	-0.015	0.003	-0.064	1.
20 min 4	-0.026	-0.019	-0.024	0.000	0.006	-0.026	5.
15 min 1	-0.116	-0.023	0.024	-0.052	0.044	0.094	6.
15 min 2	-0.053	-0.245	-0.027	-0.074	0.024	-0.107	1.
15 min 3	-0.074	0.147	-0.110	-0.028	0.005	-0.074	2.
15 min 4	-0.172	-0.912	-0.255	-0.008	0.002	-0.047	1.
15 min 5	0.189	1.010	0.100	-0.048	-0.227	-0.038	3.
10 min 1	-0.074	0.094	0.015	-0.111	-0.112	0.045	4.
10 min 2	0.027	0.066	0.141	0.063	0.166	0.031	1.
10 min 3	0.036	0.074	0.009	-0.075	0.022	-0.107	2.
10 min 4	-0.048	0.223	-0.110	-0.020	0.001	-0.067	2.
10 min 5	0.127	1.276	0.135	-0.367	-0.231	-0.330	4.
10 min 6	-0.157	-1.446	-0.226	-0.008	0.002	-0.045	2.
10 min 7	0.206	0.318	0.145	0.153	0.085	0.000	10.
10 min 8	-0.478	-2.411	-0.150	-0.211	-0.642	-0.168	4.
5 min 1	0.207	-0.267	-0.227	0.101	-0.265	-0.205	1.
5 min 2	-0.114	-0.062	0.102	0.185	0.047	-0.023	3.
5 min 3	-0.381	0.769	0.491	-0.042	0.024	0.566	8.
5 min 4	0.095	-0.409	-0.111	0.082	-0.175	0.134	9.
5 min 5	-0.241	-0.628	-0.170	-0.080	0.023	-0.118	1.
5 min 6	0.302	-0.108	0.002	0.226	0.207	0.103	4.
5 min 7	0.322	0.723	0.206	0.258	0.199	0.100	5.
5 min 8	-0.288	-0.119	-0.521	-0.199	-0.172	-0.500	1.
5 min 9	0.011	-0.248	0.050	0.107	0.194	0.316	6.
5 min 10	0.764	6.033	0.730	-0.205	2.282	-0.239	7.
5 min 11	4.849	50.759	5.182	4.344	47.873	4.668	1.
5 min 12	1.122	5.901	0.690	0.172	1.291	0.017	3.
5 min 13	0.965	3.184	0.662	0.349	-0.040	0.099	5.
5 min 14	-0.560	-1.276	-0.147	-0.252	-0.116	-0.175	10.
5 min 15	-0.585	-1.866	-0.311	-0.243	-0.117	-0.137	2.

5 min 16	-0.070	-1.638	0.100	0.037	-0.508	-0.026	7.	3	cycleslips
5 min 17	-0.303	-0.162	-0.244	-0.193	0.507	-0.220	10.	3	cycleslips
								3	cycleslips

Punkt 1 - Punkt 4

	Float			Fixed					
	X	Y	Z	X	Y	Z			
88 min	-0.001	0.139	-0.090	0.049	0.047	-0.043	4.		
44min 1	0.007	-0.083	0.092	-0.077	0.002	0.013	6.	35	cycleslips
44min 2	0.150	0.697	0.098	0.070	0.057	0.038	6.	1	cycleslips
29 min 1	-0.001	-0.078	0.145	-0.079	0.021	0.146	4.	12	cycleslips
29 min 2	-0.060	-0.070	-0.025	0.047	0.051	-0.029	3.	0	cycleslips
29 min 3	0.109	0.567	0.083	-0.019	-0.078	0.133	2.	7	cycleslips
20 min 1	-0.004	0.113	0.179	0.139	-0.053	0.114	1.	7	cycleslips
20 min 2	-0.017	0.080	0.029	0.027	0.042	-0.022	3.	0	cycleslips
20 min 3	-0.241	-0.910	-0.216	0.050	0.053	-0.034	7.	1	cycleslips
20 min 4	-0.027	0.042	0.041	-0.021	-0.076	0.136	1.	7	cycleslips
15 min 1	-0.054	0.189	0.212	0.140	-0.055	0.112	1.	4	cycleslips
15 min 2	0.013	-0.219	0.146	0.008	-0.188	-0.021	1.	0	cycleslips
15 min 3	0.069	-0.269	0.038	-0.002	0.049	-0.049	3.	0	cycleslips
15 min 4	-0.306	-1.211	-0.262	0.056	0.054	-0.014	4.	5	cycleslips
15 min 5	0.163	1.302	0.193	-0.061	0.020	0.246	2.	4	cycleslips
10 min 1	-0.045	0.020	0.203	0.121	-0.049	0.097	2.	4	cycleslips
10 min 2	0.128	0.080	0.255	0.153	-0.053	0.133	7.	0	cycleslips
10 min 3	-0.058	-0.027	0.065	0.013	-0.188	-0.026	1.	0	cycleslips
10 min 4	-0.097	0.711	0.001	0.023	-0.183	-0.016	5.	0	cycleslips
10 min 5	-0.060	-0.600	-0.160	-0.001	-0.182	-0.049	1.	1	cycleslips
10 min 6	-0.057	-0.357	-0.151	0.056	0.057	-0.017	4.	5	cycleslips
10 min 7	0.216	0.779	0.237	-0.065	0.017	0.236	9.	2	cycleslips
10 min 8	-0.305	-2.184	-0.090	-0.232	-1.150	0.055	8.	4	cycleslips
5 min 1	0.004	0.144	0.160	0.110	-0.048	0.093	3.	0	cycleslips
5 min 2	0.105	0.581	0.321	0.130	-0.050	0.100	8.	0	cycleslips
5 min 3	-0.360	0.282	0.289	0.048	-0.184	0.193	9.	0	cycleslips
5 min 4	1.020	0.605	0.712	0.755	0.433	0.356	6.	0	cycleslips
5 min 5	-0.705	-1.549	-0.400	-0.671	-1.167	-0.536	1.	0	cycleslips
5 min 6	0.122	-0.620	-0.157	0.039	-0.190	0.000	3.	0	cycleslips
5 min 7	0.248	1.075	0.204	0.327	0.024	0.406	9.	0	cycleslips
5 min 8	-0.398	0.044	-0.325	0.023	-0.176	-0.011	5.	1	cycleslips
5 min 9	-0.316	-1.439	-0.375	-0.004	0.050	-0.072	4.	0	cycleslips
5 min 10	0.141	-0.331	-0.108	0.008	-0.186	-0.041	3.	0	cycleslips
5 min 11	0.262	2.856	0.438	0.079	0.499	-0.057	10.	2	cycleslips
5 min 12	0.466	0.131	0.128	0.232	-0.072	0.084	1.	1	cycleslips
5 min 13	2.084	9.800	1.310	2.549	12.407	1.814	7.	1	cycleslips

5 min 14	-1.472	-7.304	-0.247	-0.462	-1.910	0.003	6.	1	cycleslips
5 min 15	-0.045	2.170	-0.266	-0.065	0.952	-0.521	9.	1	cycleslips
5 min 16	-0.360	-4.911	0.658	-0.133	-2.996	0.624	10.	0	cycleslips
5 min 17	0.323	2.690	-0.127	-0.220	0.425	-0.073	2.	0	cycleslips
								2	cycleslips

Punkt 1 - Punkt 2

Afvigelserne er beregnet ud fra WGS84 koordinater

	Float			Fixed					
	X	Y	Z	X	Y	Z	Kandidat	slip	kommentar
88 min	-0.026	-0.007	0.008	0.000	-0.006	0.008	1. kandidat	10 slip	20 rep
44min 1	-0.016	0.085	0.067	0.001	-0.009	0.011	1. kandidat	3 slip	
44min 2	-0.078	-0.210	-0.057	-0.005	-0.003	-0.008	3. kandidat	7 slip	8 rep
29 min 1	-0.051	0.057	0.076	0.001	-0.011	0.009	1. kandidat	2 slip	
29 min 2	-0.008	0.144	0.061	-0.001	-0.006	0.013	1. kandidat	5 slip	8 rep
29 min 3	-0.100	-0.256	-0.070	-0.003	-0.002	-0.007	4. kandidat	3 slip	7 rep
20 min 1	-0.020	0.167	0.123	-0.105	-0.045	-0.026	3. kandidat	1 slip	
20 min 2	0.038	0.269	0.114	-0.005	-0.011	0.009	1. kandidat	0 slip	
20 min 3	-0.176	-1.122	-0.150	-0.003	-0.005	-0.003	1. kandidat	4 slip	8 rep
20 min 4	-0.100	-0.212	-0.109	-0.005	-0.003	-0.012	7. kandidat	2 slip	8 rep
15 min 1	0.022	0.247	0.125	-0.105	-0.042	-0.028	5. kandidat	1 slip	
15 min 2	-0.077	-0.029	0.012	-0.004	-0.013	0.003	1. kandidat	1 slip	
15 min 3	-0.002	0.435	0.075	-0.006	-0.006	0.014	1. kandidat	1 slip	
15 min 4	-0.113	-0.521	-0.095	-0.007	-0.008	-0.005	1. kandidat	3 slip	2 rep
15 min 5	0.382	2.322	0.223	-0.049	0.094	0.109	9. kandidat	2 slip	2 rep
10 min 1	-0.025	0.229	0.048	-0.107	-0.036	-0.035	1. kandidat	0 slip	
10 min 2	-0.13	0.025	0.110	-0.148	0.203	-0.023	4. kandidat	1 slip	
10 min 3	-0.034	0.187	0.061	-0.006	-0.012	-0.001	1. kandidat	0 slip	
10 min 4	0.046	0.509	0.148	-0.005	-0.009	0.017	1. kandidat	0 slip	
10 min 5	-0.264	-1.595	-0.270	-0.015	-0.004	-0.031	4. kandidat	1 slip	
10 min 6	-0.248	-1.249	-0.254	0.042	0.225	0.027	8. kandidat	2 slip	2 rep
10 min 7	0.048	0.398	0.030	-0.156	-0.091	-0.062	5. kandidat	2 slip	
10 min 8	-0.397	-1.761	-0.225	-0.173	-0.847	-0.108	1. kandidat	0 slip	4 rep
5 min 1	0.492	-0.018	-0.054	0.385	0.031	-0.163	1. kandidat	0 slip	
5 min 2	-0.025	0.604	0.265	0.081	-0.033	0.230	2. kandidat	0 slip	
5 min 3	-0.213	0.235	0.263	-0.056	-0.156	0.290	2. kandidat	0 slip	
5 min 4	0.050	-0.170	-0.108	-0.152	0.201	-0.046	2. kandidat	0 slip	
5 min 5	-0.057	-0.232	-0.174	-0.288	0.068	0.020	4. kandidat	0 slip	
5 min 6	0.135	-0.357	-0.057	-0.007	-0.010	0.014	6. kandidat	0 slip	
5 min 7	0.207	1.104	0.276	-0.007	-0.013	0.013	8. kandidat	0 slip	
5 min 8	0.026	0.213	-0.069	-0.161	-0.046	0.178	5. kandidat	0 slip	
5 min 9	-1.116	-5.919	-1.463	-0.752	-3.800	-0.859	7. kandidat	0 slip	
5 min 10	0.257	0.675	0.265	-0.002	-0.005	-0.017	3. kandidat	0 slip	
5 min 11	-2.654	-18.260	-3.345	-2.666	-17.885	-3.509	7. kandidat	0 slip	
5 min 12	0.948	4.554	0.642	0.038	0.226	0.023	7. kandidat	0 slip	
5 min 13	-0.744	-8.357	0.106	0.710	-0.962	0.805	3. kandidat	0 slip	
5 min 14	0.809	8.805	0.254	-0.246	3.664	0.109	3. kandidat	0 slip	
5 min 15	-0.487	-1.189	-0.353	-0.252	0.201	-0.044	5. kandidat	0 slip	
5 min 16	-0.228	-1.296	0.010	0.086	-0.285	-0.022	1. kandidat	0 slip	

5 min 17 1.775 7.958 -0.347 1.238 5.204 -0.116 4. kandidat 0 slip

Punkt 1 - Punkt 3

	Float			Fixed							
	X	Y	Z	X	Y	Z	Kandidat	slip	kommentar		
88 min	-0.005	-0.226	-0.04	-0.015	-0.008	-0.038	2. kandidat	5 slip	31 rep		
44min 1	-0.020	-0.193	-0.015	-0.003	-0.002	-0.034	4. kandidat	1 slip			
44min 2	0.036	0.230	-0.034	0.002	0.003	-0.032	1. kandidat	4 slip	28 rep		
29 min 1	-0.045	-0.196	-0.006	-0.070	0.037	0.073	9. kandidat	1 slip			
29 min 2	-0.027	-0.049	-0.084	-0.024	0.002	-0.070	1. kandidat	0 slip			
29 min 3	0.013	0.173	-0.038	0.005	0.005	-0.023	3. kandidat	3 slip	9 rep		
20 min 1	-0.043	-0.068	0.024	-0.057	0.043	0.091	3. kandidat	0 slip			
20 min 2	0.028	-0.070	0.009	-0.010	-0.001	-0.059	1. kandidat	0 slip			
20 min 3	-0.178	-1.167	-0.276	-0.025	0.001	-0.071	2. kandidat	0 slip			
20 min 4	0.015	0.330	-0.028	-0.002	0.005	-0.029	5. kandidat	2 slip	6 rep		
15 min 1	-0.116	-0.023	0.024	-0.052	0.044	0.094	6. kandidat	0 slip			
15 min 2	-0.053	-0.241	-0.025	-0.074	0.022	-0.102	1. kandidat	1 slip			
15 min 3	-0.074	0.147	-0.110	-0.028	0.005	-0.074	2. kandidat	0 slip			
15 min 4	-0.182	-0.929	-0.263	-0.018	0.000	-0.058	1. kandidat	0 slip			
15 min 5	0.277	1.781	0.103	-0.049	-0.228	-0.040	8. kandidat	0 slip			
10 min 1	-0.074	0.094	0.015	-0.111	-0.112	0.045	4. kandidat	0 slip			
10 min 2	0.027	0.066	0.141	-0.067	0.042	0.086	8. kandidat	0 slip			
10 min 3	0.036	0.074	0.009	-0.075	0.022	-0.107	2. kandidat	0 slip			
10 min 4	-0.048	0.224	-0.110	-0.020	0.001	-0.067	2. kandidat	0 slip			
10 min 5	-0.087	-1.324	-0.244	0.112	0.067	-0.051	10. kandidat	0 slip			
10 min 6	-0.016	-0.154	-0.105	-0.010	0.001	-0.048	1. kandidat	0 slip			
10 min 7	0.310	1.234	0.165	0.141	-0.350	0.056	9. kandidat	0 slip			
10 min 8	-0.501	-2.602	-0.139	-0.212	-0.642	-0.169	5. kandidat	0 slip	3 rep		
5 min 1	0.207	-0.267	-0.227	0.180	0.039	-0.032	5. kandidat	0 slip			
5 min 2	-0.114	-0.062	0.102	0.185	0.047	-0.023	3. kandidat	0 slip			
5 min 3	-0.381	0.769	0.491	-0.042	0.024	0.566	8. kandidat	0 slip			
5 min 4	0.092	-0.267	-0.057	0.082	-0.176	0.145	2. kandidat	0 slip			
5 min 5	-0.271	-0.354	-0.072	-0.080	0.023	-0.120	1. kandidat	0 slip			
5 min 6	0.302	-0.108	0.002	-0.020	-0.226	-0.054	9. kandidat	0 slip			
5 min 7	0.322	0.723	0.206	0.258	0.199	0.100	5. kandidat	0 slip			
5 min 8	-0.288	-0.119	-0.521	-0.199	-0.172	-0.500	1. kandidat	0 slip			
5 min 9	-0.313	-2.102	-0.411	-0.198	-0.839	-0.223	8. kandidat	0 slip			
5 min 10	0.143	-0.515	-0.174	0.127	-0.160	-0.009	3. kandidat	0 slip			
5 min 11	-0.186	-2.062	-0.194	0.156	-0.148	0.033	9. kandidat	0 slip			
5 min 12	1.010	4.827	0.613	0.344	0.712	0.170	5. kandidat	0 slip			
5 min 13	1.209	5.440	0.746	0.327	0.063	0.242	2. kandidat	0 slip			

5 min 14	-0.512	-0.871	-0.144	-0.230	0.106	-0.190	10. kandidat	0 slip
5 min 15	-0.507	-1.160	-0.337	-0.250	-0.120	-0.142	7. kandidat	0 slip
5 min 16	-0.046	-1.436	0.085	0.037	-0.296	-0.058	5. kandidat	0 slip
5 min 17	-0.820	-4.919	0.324	-0.571	-2.759	0.164	3. kandidat	0 slip

Punkt 1 - Punkt 4

	Float			Fixed					
	X	Y	Z	X	Y	Z	Kandidat	slip	kommentar
88 min		0.016	-0.054	0.058	0.039	0.048	0.049	3. kandidat	1 slip
44min 1		0.007	-0.083	0.092	-0.077	0.002	0.013	6. kandidat	1 slip
44min 2		0.133	0.486	0.101	0.056	0.051	0.032	6. kandidat	0 slip
29 min 1		-0.001	-0.078	0.145	-0.079	0.021	0.146	4. kandidat	0 slip
29 min 2		-0.056	-0.105	-0.025	0.021	0.048	-0.041	2. kandidat	1 slip
29 min 3		0.057	0.073	0.105	-0.021	-0.079	0.134	1. kandidat	0 slip
20 min 1		-0.004	0.114	0.179	0.139	-0.053	0.114	1. kandidat	0 slip
20 min 2		-0.017	0.080	0.029	0.027	0.042	-0.022	3. kandidat	1 slip
20 min 3		-0.265	-1.097	-0.243	0.031	0.050	-0.038	8. kandidat	0 slip
20 min 4		-0.003	0.324	0.031	-0.029	-0.079	0.130	2. kandidat	0 slip
15 min 1		-0.054	0.189	0.212	0.140	-0.055	0.112	1. kandidat	0 slip
15 min 2		0.013	-0.220	0.146	0.008	-0.188	-0.022	1. kandidat	0 slip
15 min 3		-0.076	0.079	-0.046	0.015	-0.180	-0.025	2. kandidat	1 slip
15 min 4		-0.287	-1.027	-0.243	0.054	0.054	-0.016	6. kandidat	2 slip
15 min 5		0.157	1.207	0.197	-0.066	0.018	0.243	1. kandidat	0 slip
10 min 1		-0.095	-0.021	0.182	0.137	-0.056	0.102	5. kandidat	0 slip
10 min 2		0.061	-0.111	0.159	-0.144	0.038	-0.057	6. kandidat	0 slip
10 min 3		0.023	0.099	0.122	0.010	-0.187	-0.028	2. kandidat	0 slip
10 min 4		-0.233	-0.068	-0.237	-0.135	0.228	-0.090	1. kandidat	0 slip
10 min 5		-0.180	-2.013	-0.370	0.011	-0.181	-0.038	10. kandidat	0 slip
10 min 6		0.019	0.470	-0.085	0.059	0.058	-0.013	8. kandidat	0 slip
10 min 7		0.302	1.643	0.247	-0.054	-0.738	0.192	8. kandidat	0 slip
10 min 8		-0.305	-2.184	-0.090	-0.232	-1.150	0.055	8. kandidat	0 slip
5 min 1		0.059	0.186	0.180	0.093	0.055	0.001	8. kandidat	0 slip
5 min 2		-0.085	0.407	0.212	-0.049	-0.058	-0.158	5. kandidat	0 slip
5 min 3		-0.300	0.346	0.331	-0.111	0.284	0.160	1. kandidat	0 slip
5 min 4		0.665	-1.110	-0.058	0.548	-0.579	0.120	4. kandidat	0 slip
5 min 5		-0.303	-0.988	-0.126	-0.172	-0.231	-0.322	10. kandidat	0 slip
5 min 6		0.378	-0.184	0.028	0.317	0.001	0.186	1. kandidat	0 slip
5 min 7		0.240	1.027	0.189	0.129	0.648	-0.145	6. kandidat	0 slip
5 min 8		-0.398	0.044	-0.325	0.023	-0.176	-0.011	5. kandidat	0 slip
5 min 9		-0.630	-3.237	-0.822	-0.143	-1.024	-0.154	10. kandidat	0 slip
5 min 10		0.039	-1.363	-0.255	0.179	-0.341	0.042	6. kandidat	0 slip

5 min 11	0.198	2.217	0.372	-0.279	-0.204	-0.281	10. kandidat	0 slip
5 min 12	0.974	4.982	0.477	0.239	0.588	-0.009	8. kandidat	0 slip
5 min 13	1.257	1.938	1.036	0.292	-2.415	0.403	6. kandidat	0 slip
5 min 14	-0.991	-3.030	-0.236	-0.654	-0.607	-0.136	9. kandidat	0 slip
5 min 15	-0.045	2.17	-0.265	-0.665	-0.415	-0.167	10. kandidat	0 slip
5 min 16	-0.359	-4.911	0.658	-0.133	-2.996	0.624	6. kandidat	0 slip
5 min 17	0.029	-0.004	0.194	-0.216	0.427	-0.071	2. kandidat	0 slip

punkt 1 - 2 grænseværdi 0.10 - påvisning med søgeområde dannet med 1. gradspolynomium
punkt 1 - 3 grænseværdi 0.06 - påvisning med søgeområde dannet med 2. gradspolynomium
punkt 1 - 4 grænseværdi 0.07 - påvisning med søgeområde dannet med 2. gradspolynomium

Bilag J

CD